重力レンズ宇宙論 (講義資料)

大栗 真宗

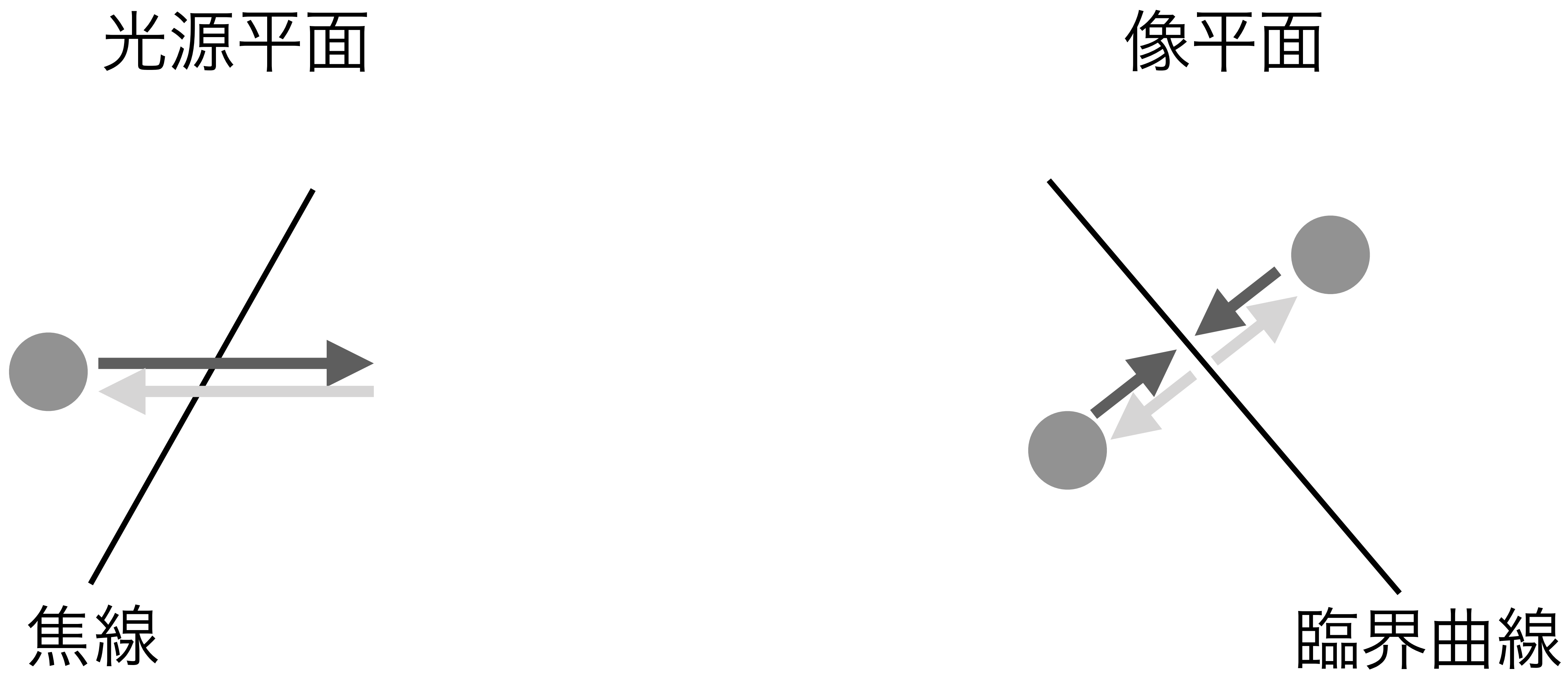
千葉大学 先進科学センター

CHIBA UNIVERSITY

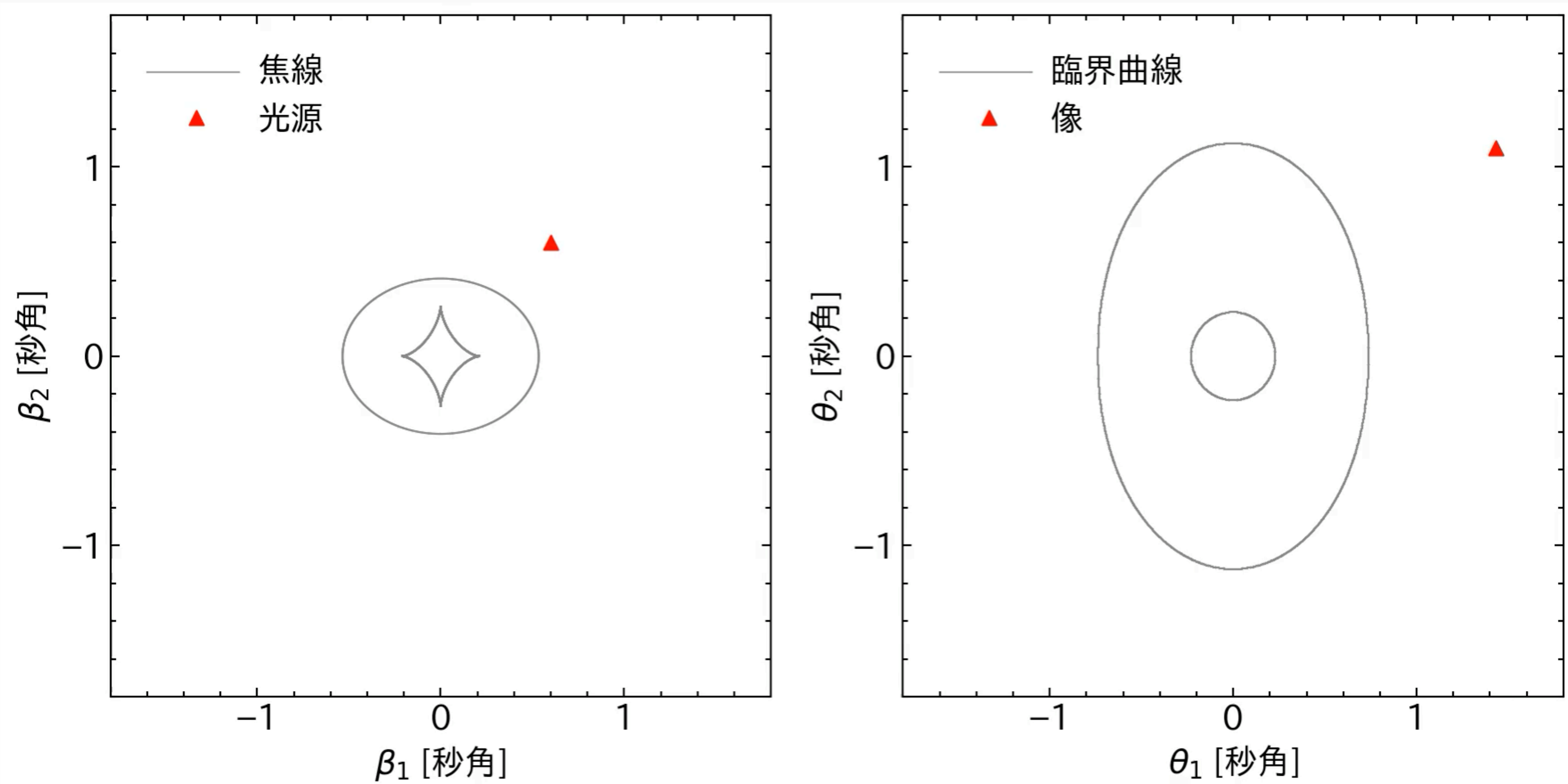
Center for Frontier Science

2024/5/30-6/4 集中講義@立教大学

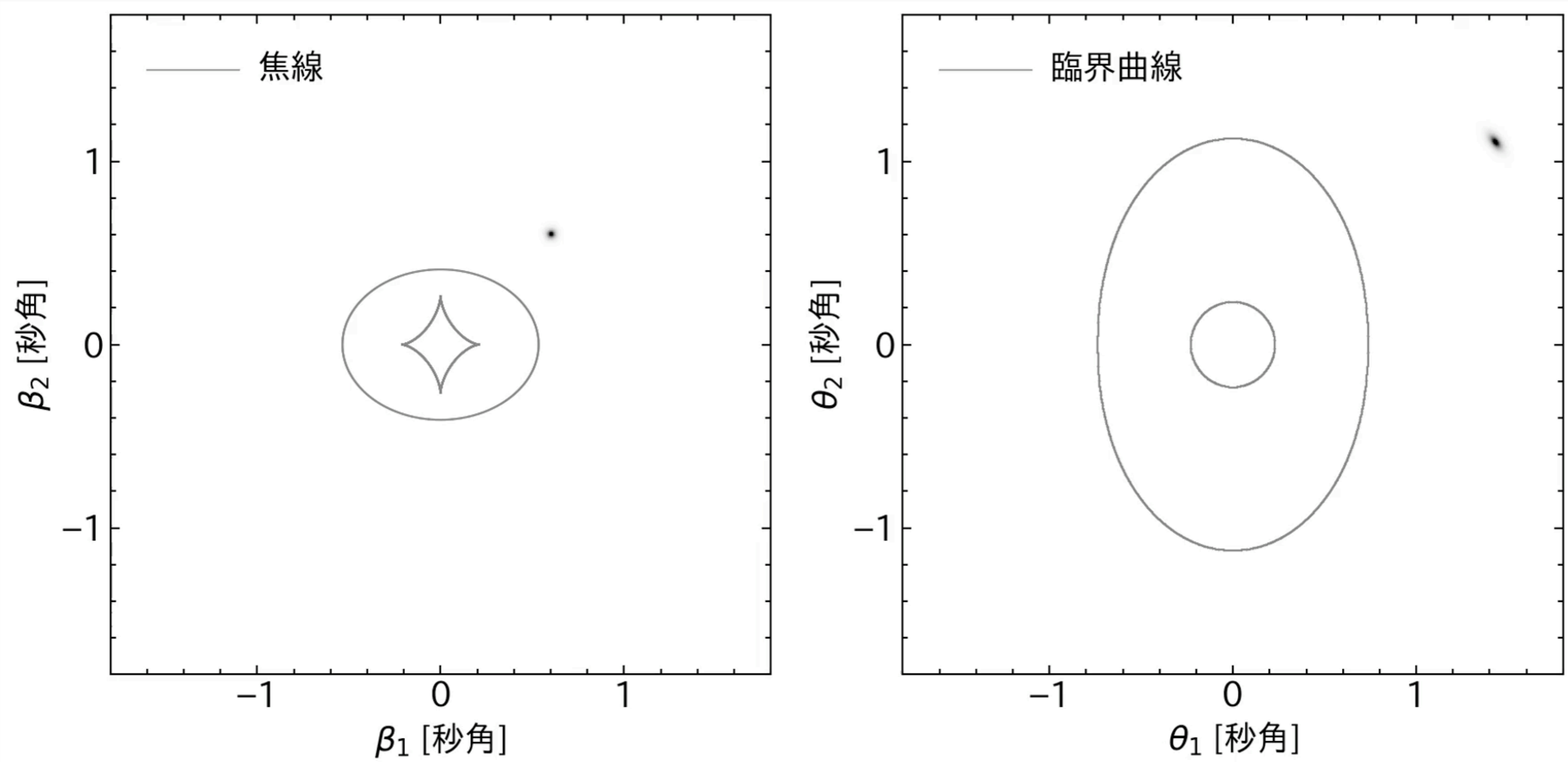
臨界曲線と焦線付近の複数像



強い重力レンズアニメ (点状光源)



強い重力レンズアニメ (広がった光源)



重力レンズ解析の数値的手法

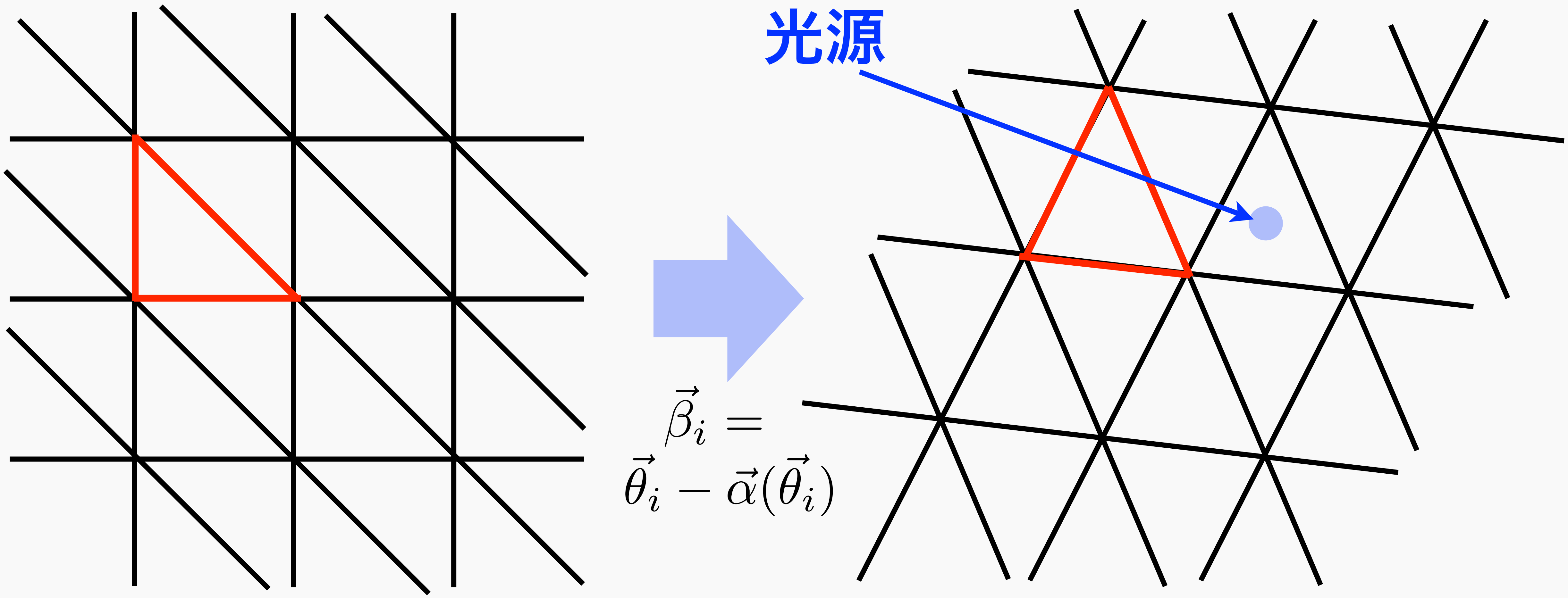
- 一般に重力レンズ方程式を解析的に解くのは困難

$$\boxed{\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta})}$$

($\vec{\beta} \to \vec{\theta}$ は非線形、複数の解が許される)

- 数値的に重力レンズ方程式を解くことが必要

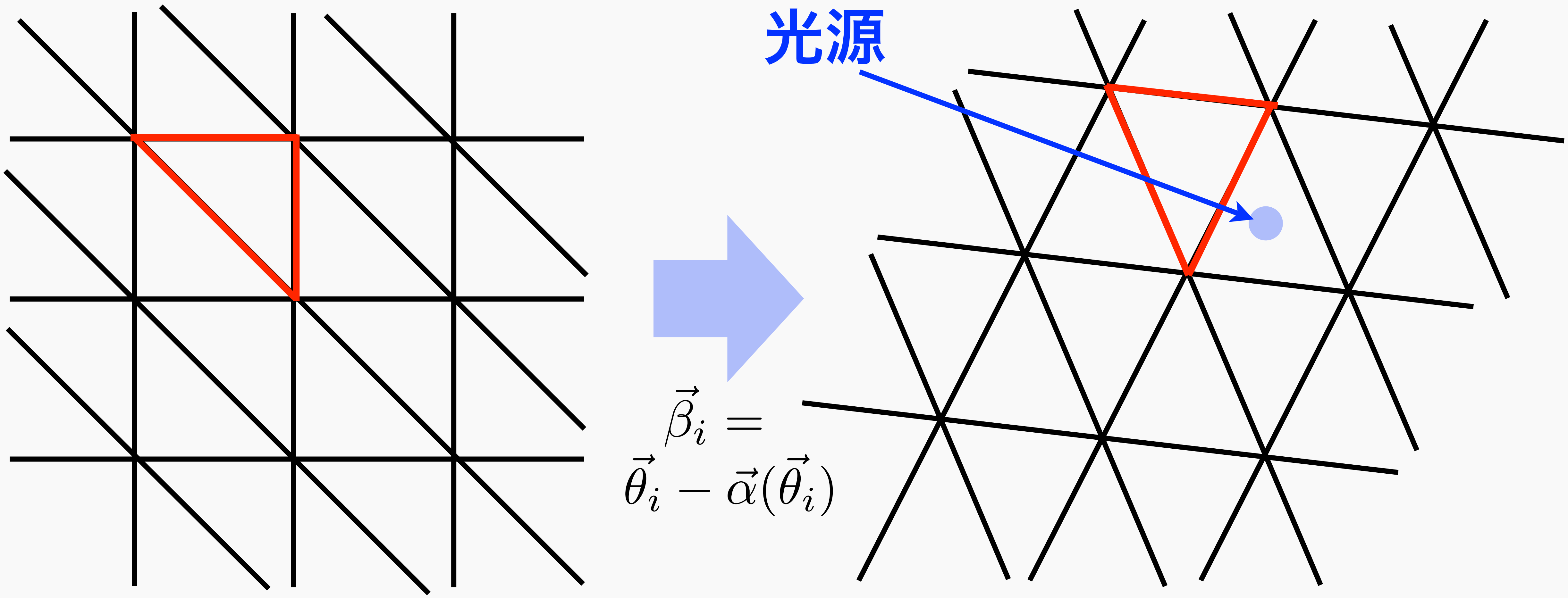
数値的な解の探索



$$\vec{\beta}_i = \vec{\theta}_i - \vec{\alpha}(\vec{\theta}_i)$$

像平面 ($\vec{\theta}_i$)　　光源平面 ($\vec{\beta}_i$)

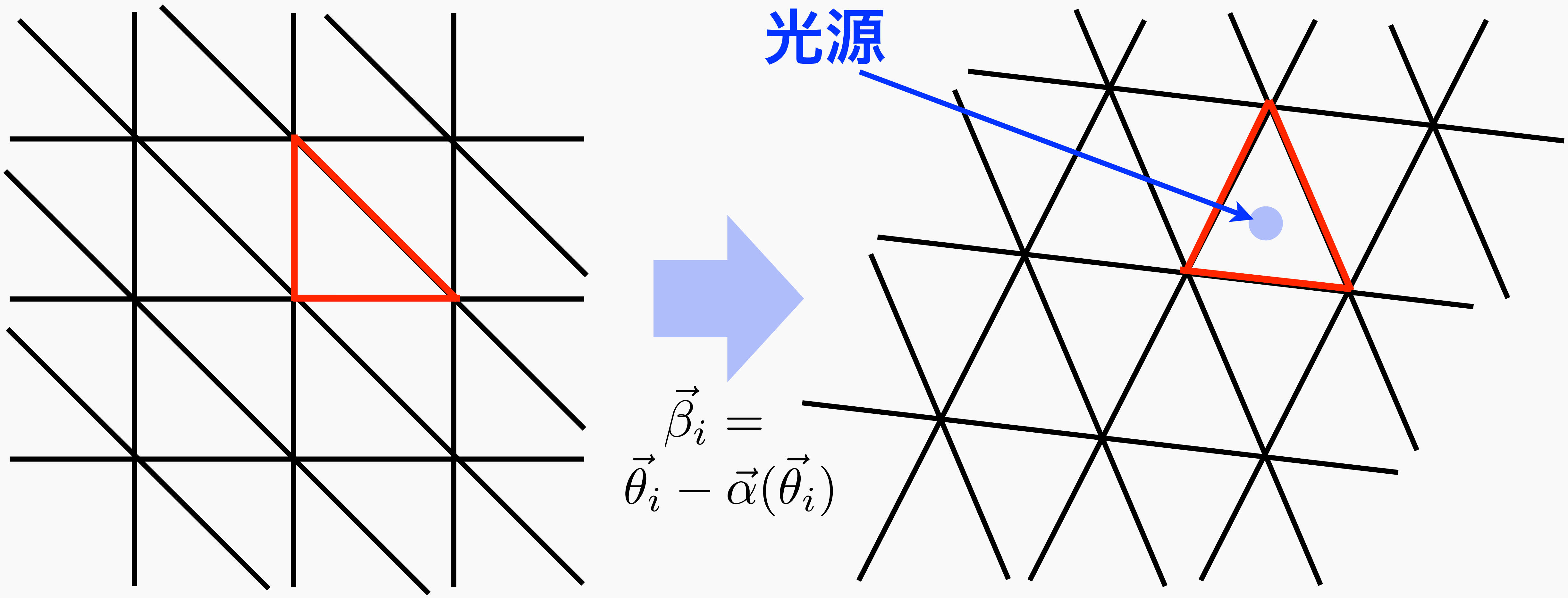
数値的な解の探索



$$\vec{\beta}_i = \vec{\theta}_i - \vec{\alpha}(\vec{\theta}_i)$$

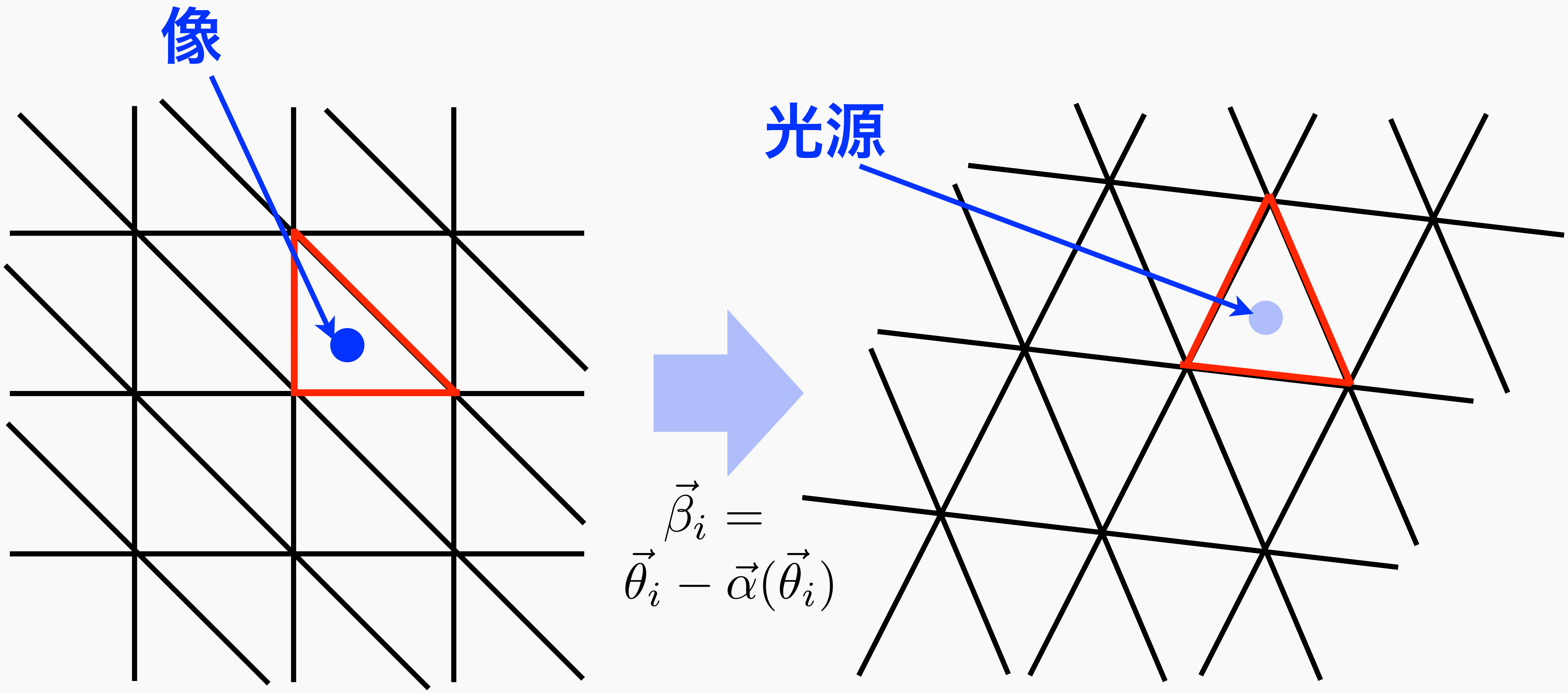
像平面 ($\vec{\theta}_i$)　　　光源平面 ($\vec{\beta}_i$)

数値的な解の探索



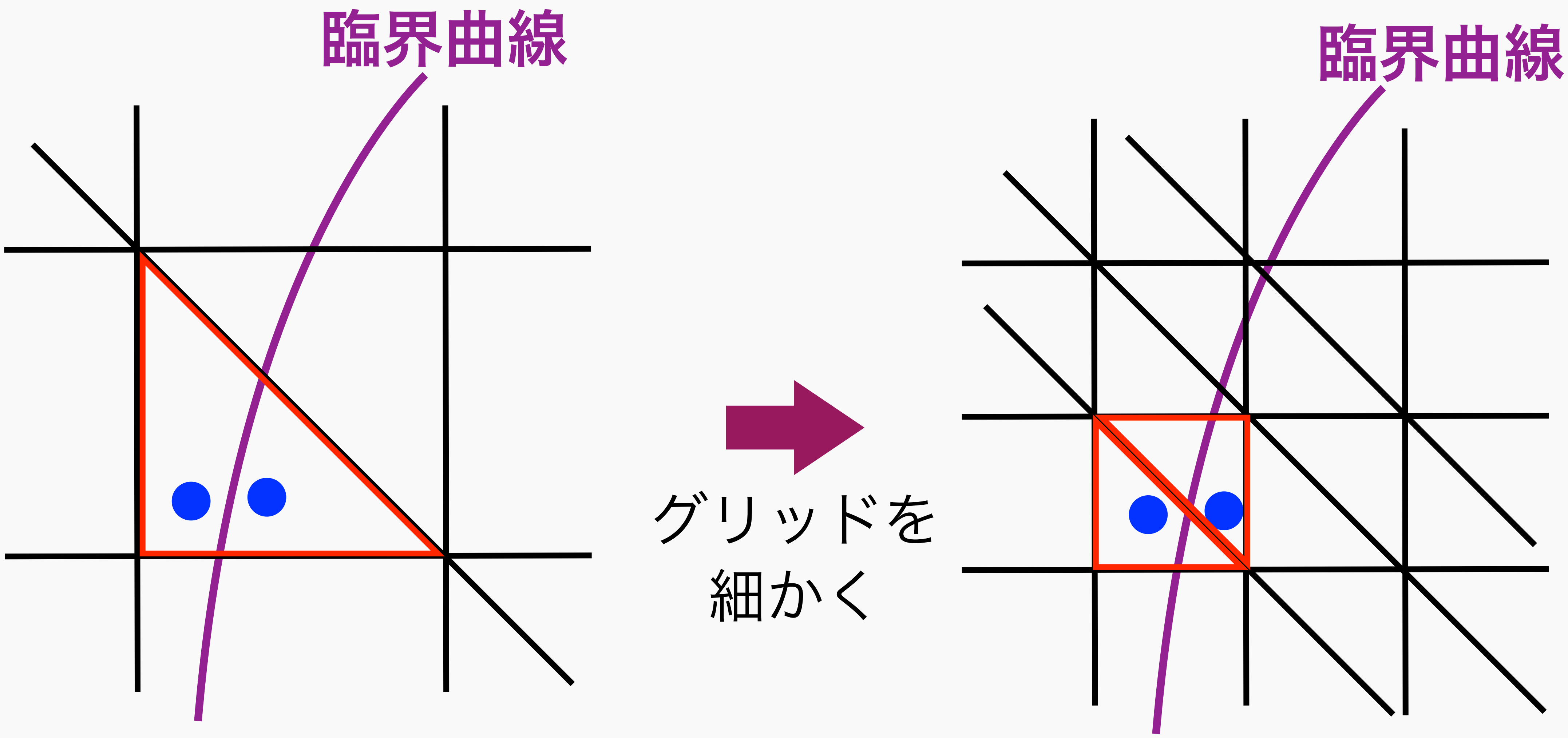
像平面 ($\vec{\theta}_i$)　　光源平面 ($\vec{\beta}_i$)

数値的な解の探索



像平面 ($\vec{\theta}_i$)　　光源平面 ($\vec{\beta}_i$)

数値的な解の探索



像平面 ($\vec{\theta}_i$)

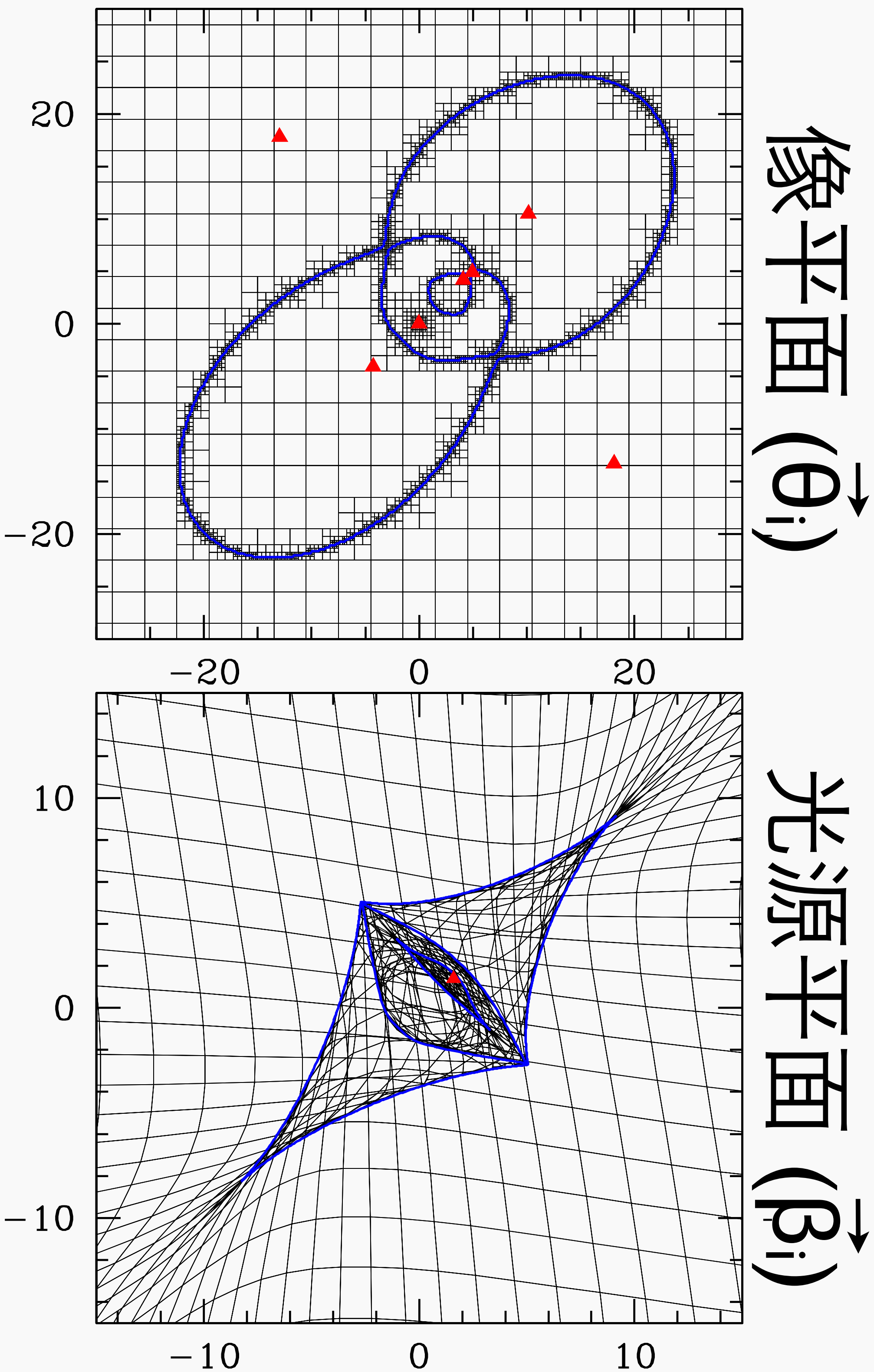
複数像を分解できていない

像平面 ($\vec{\theta}_i$)

複数像を分解できている

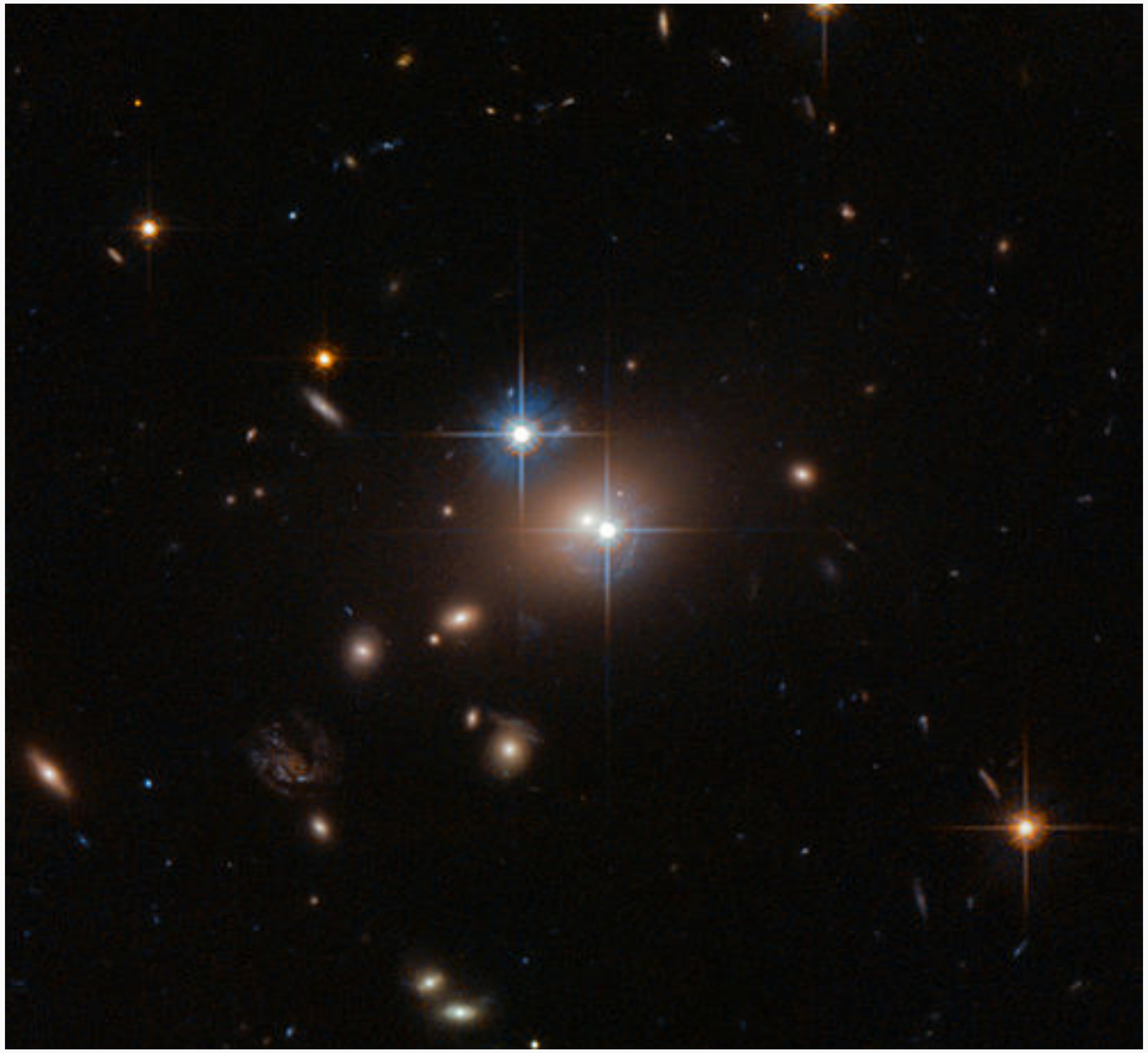
example by *glafic* (MO 2010)

レンズ方程式の数値的求解



- 高いグリッド分解能は臨界曲線近傍でのみ必要となる
- **適合格子 (adaptive grid)** を使うことで効率的に重力レンズ方程式解ける
- 左の例では7つの複数像をうまく分離して求めることができている

強い重力レンズ解析



Hubble/ESA/NASA

NASA/ESA/CSA/STScI

- **観測量** : 複数像の位置、フラックス比
  複数像形状 (銀河)、時間の遅れ (クエーサー、超新星etc)

強い重力レンズ解析

- 複数像の位置

光源の位置 β が共通 → $\underline{\boldsymbol{\theta}_j - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_j) = \boldsymbol{\theta}_k - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_k)}$

質量分布への制限

- 実際にはカイ2乗を最小化しパラメータ決定

光源の数　**各光源iの複数像の数**

$$\chi^2_{\rm pos} = \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left|\boldsymbol{\theta}_{ij}^{\rm obs} - \boldsymbol{\theta}_{ij}(\boldsymbol{\beta}_i; \boldsymbol{p}_{\rm model})\right|^2}{\sigma_{ij}^2}$$

位置の誤差

光源平面でのカイ2乗の評価

- カイ2乗の評価で重力レンズ方程式を解く必要

重力レンズ方程式→各光源iの複数像の位置

$$\chi^2_{\mathrm{pos}} = \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left| \boldsymbol{\theta}_{ij}^{\mathrm{obs}} - \boldsymbol{\theta}_{ij}(\boldsymbol{\beta}_i; \boldsymbol{p}_{\mathrm{model}}) \right|^2}{\sigma_{ij}^2}$$

- 近似的に評価し重力レンズ方程式求解を回避

$$\chi^2_{\mathrm{pos}} \simeq \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left| \left[A(\boldsymbol{\theta}_{ij}^{\mathrm{obs}}; \boldsymbol{p}_{\mathrm{model}}) \right]^{-1} \left[\boldsymbol{\beta}_{ij}^{\mathrm{obs}}(\boldsymbol{p}_{\mathrm{model}}) - \boldsymbol{\beta}_i \right] \right|^2}{\sigma_{ij}^2}$$

高速な評価が可能

フラックス比および時間の遅れ

- フラックス比

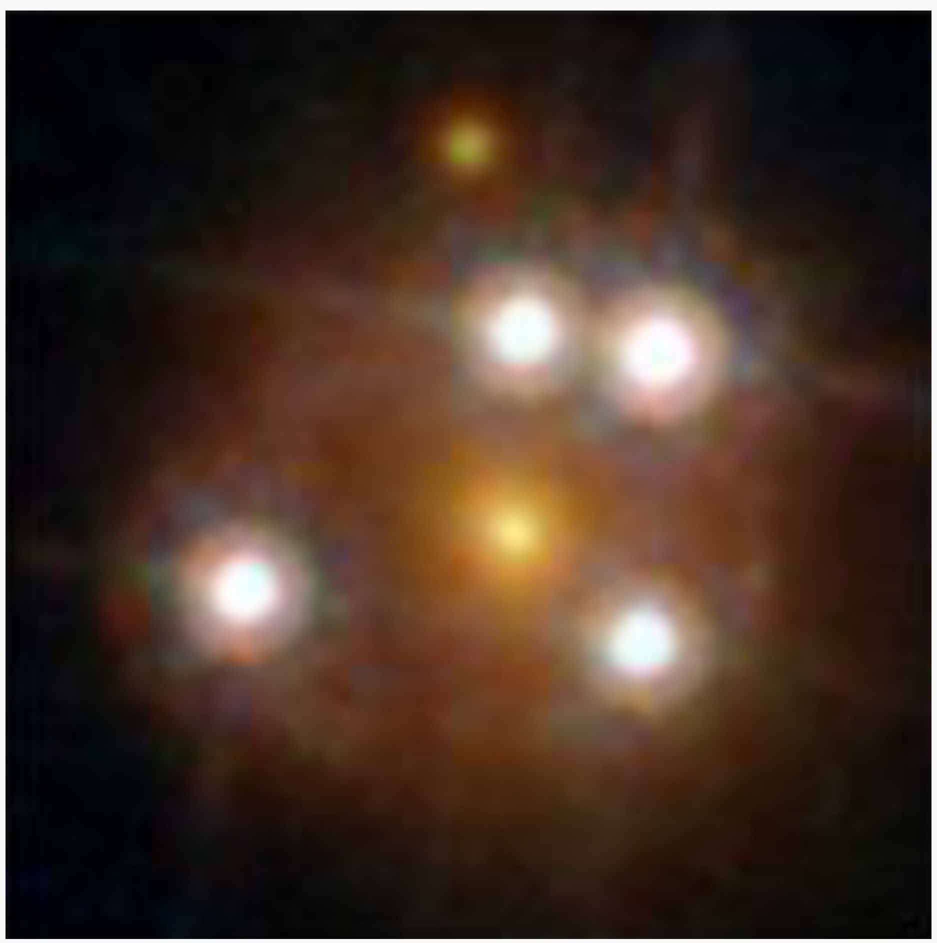
$$\chi^2_{\mathrm{flux}} = \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left[f_{ij}^{\mathrm{obs}} - \left| \mu_{ij}(\boldsymbol{\beta}_i; \boldsymbol{p}_{\mathrm{model}}) \right| f_{\mathrm{src},i} \right]^2}{\sigma^2_{f,ij}}$$

- 時間の遅れ

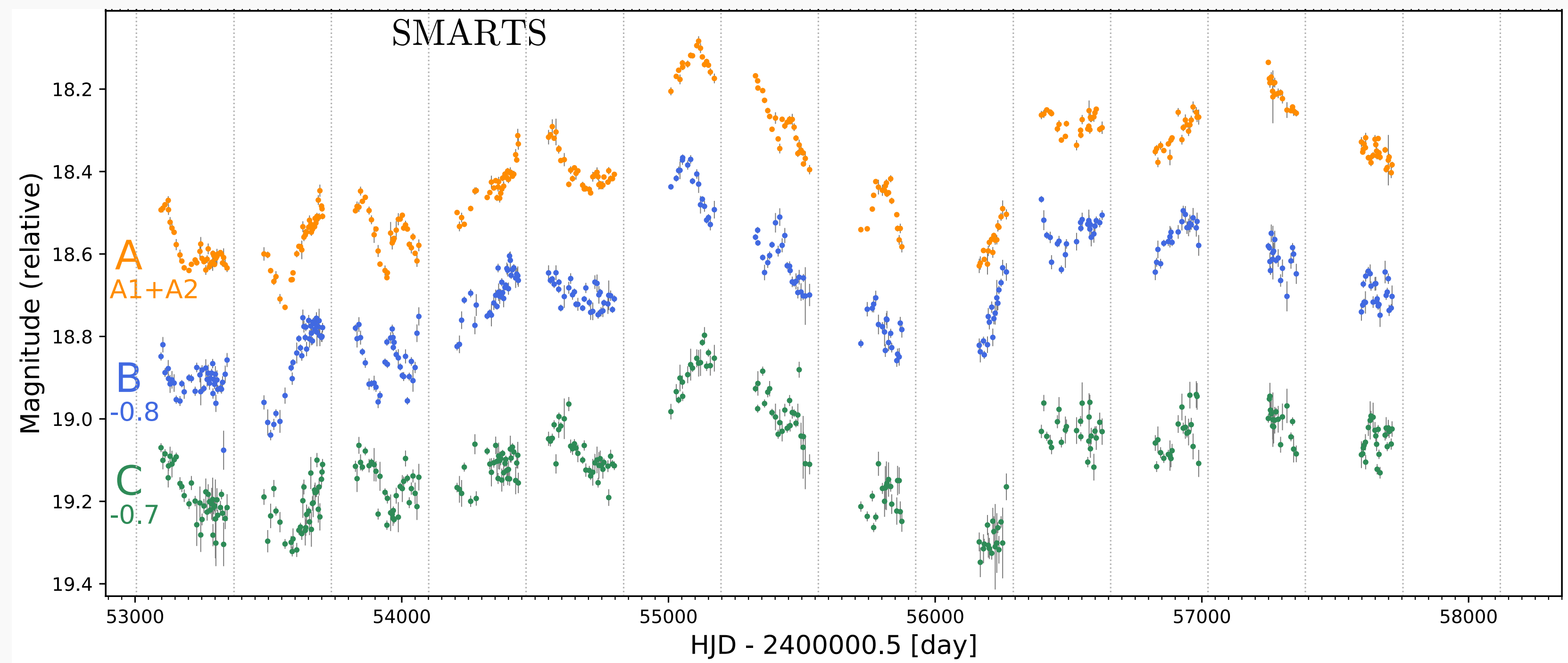
$$\chi^2_{\mathrm{td}} = \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left[\Delta t_{ij}^{\mathrm{obs}} - \Delta t_{ij}(\boldsymbol{\beta}_i; \boldsymbol{p}_{\mathrm{model}}) - \Delta t_i \right]^2}{\sigma^2_{\Delta t,ij}}$$

例: クエーサー重力レンズ

- 四重像クエーサー重力レンズWFI2033−4723
  z_s=1.662, z_l=0.661, 最大分離角2.53秒角



Suyu+2017



Bonvin+2019

13年 (!) のモニタ観測に基づく
時間の遅れの測定 (最大~60日)

質量モデリング

- WFI2033−4723の質量モデリング

観測的制限: 像+レンズ銀河の位置、
フラックス比、時間の遅れ

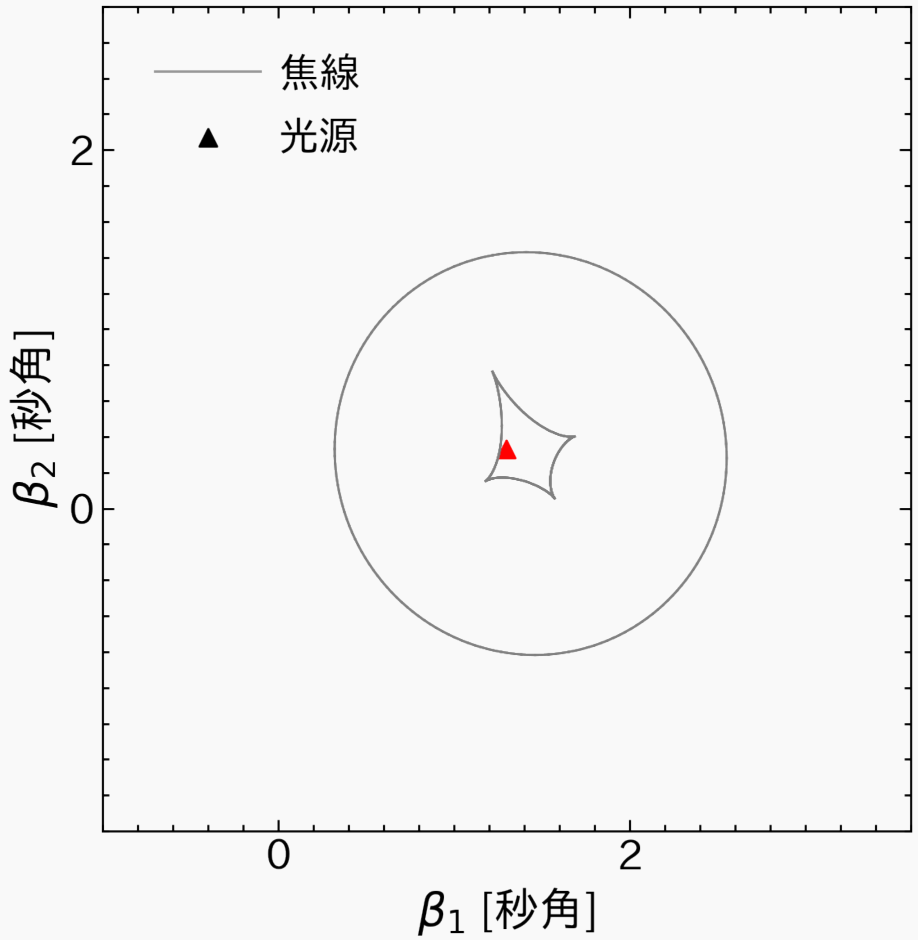
N_{const}=15

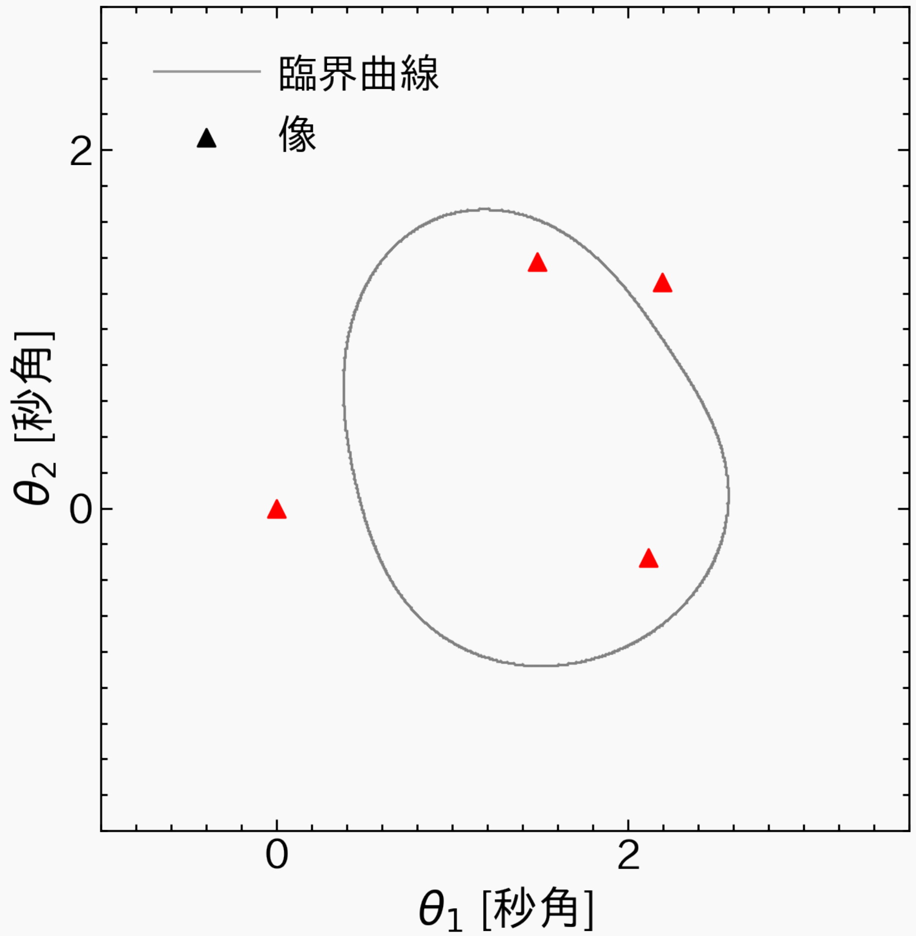
仮定するモデル: 特異等温楕円体+外部歪み場
+高次の摂動(+光源の位置, H_0)

N_{param}=12

質量モデリングの結果

- 観測された複数像の位置 etc. を再現
- χ^2=4.3 (自由度3)



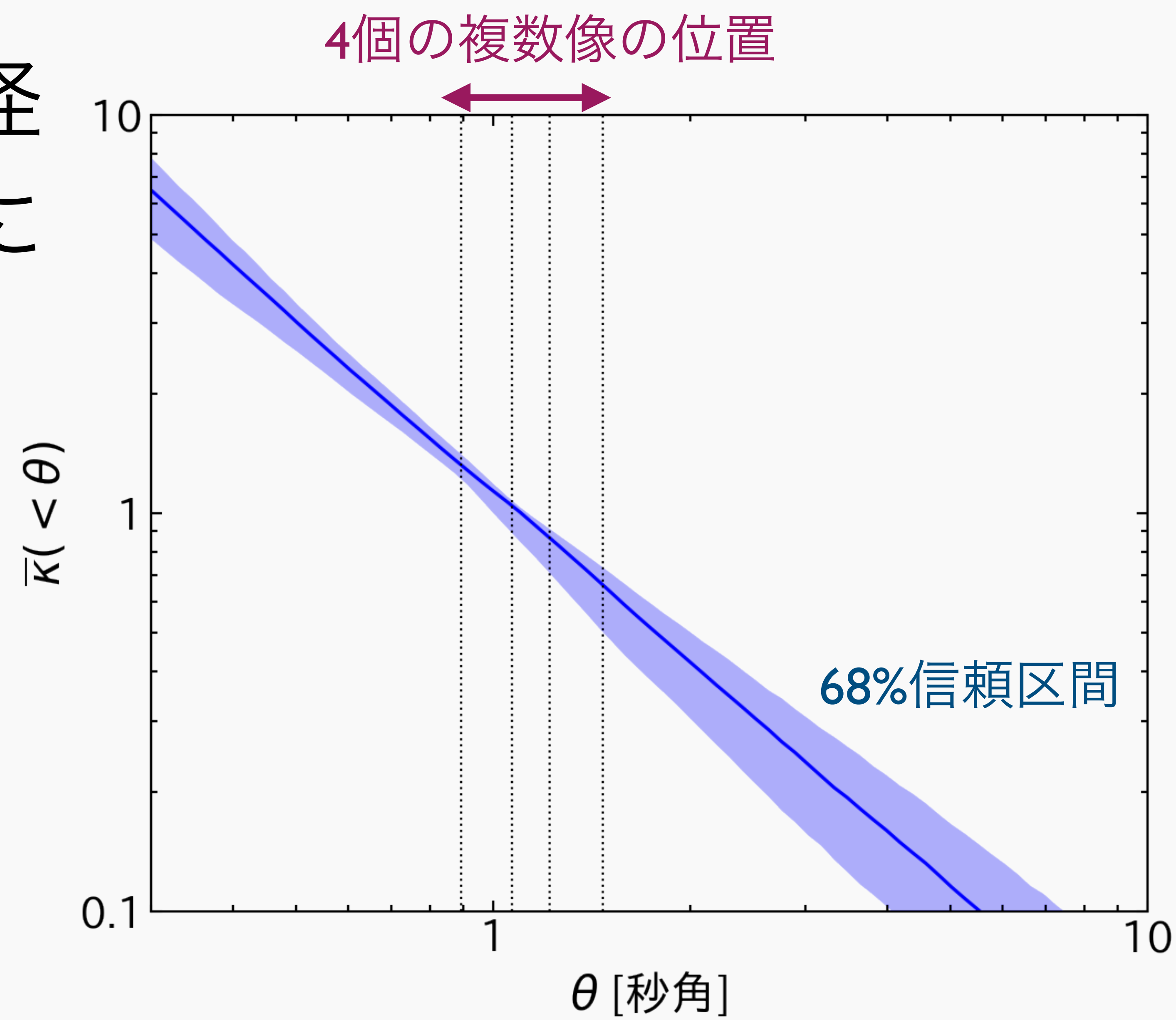


冪分布楕円体への拡張

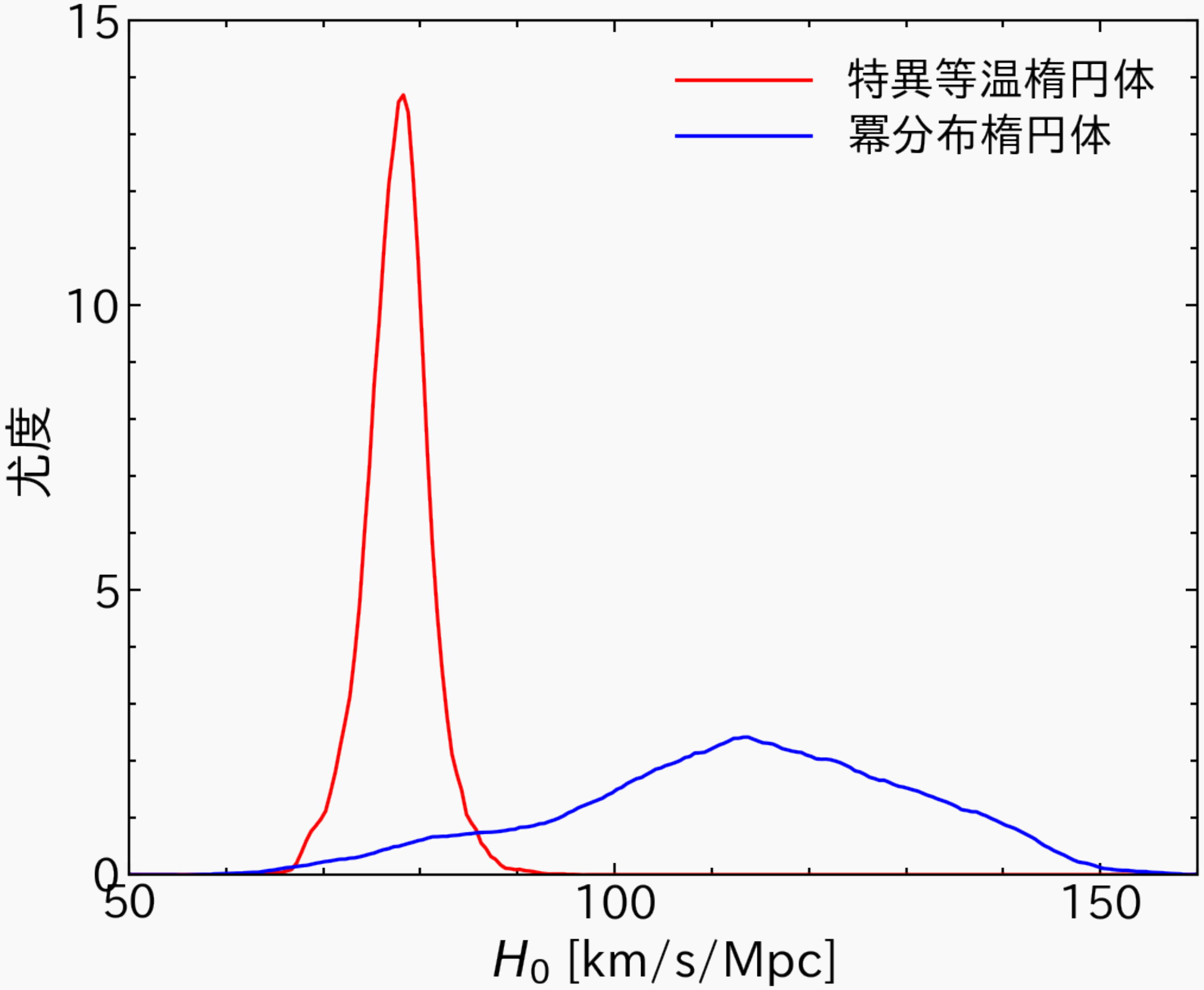
- 冪への制限は弱い　$\rho(r) \propto r^{-\eta}$
- アインシュタイン半径内の質量は、モデルによらず決まる

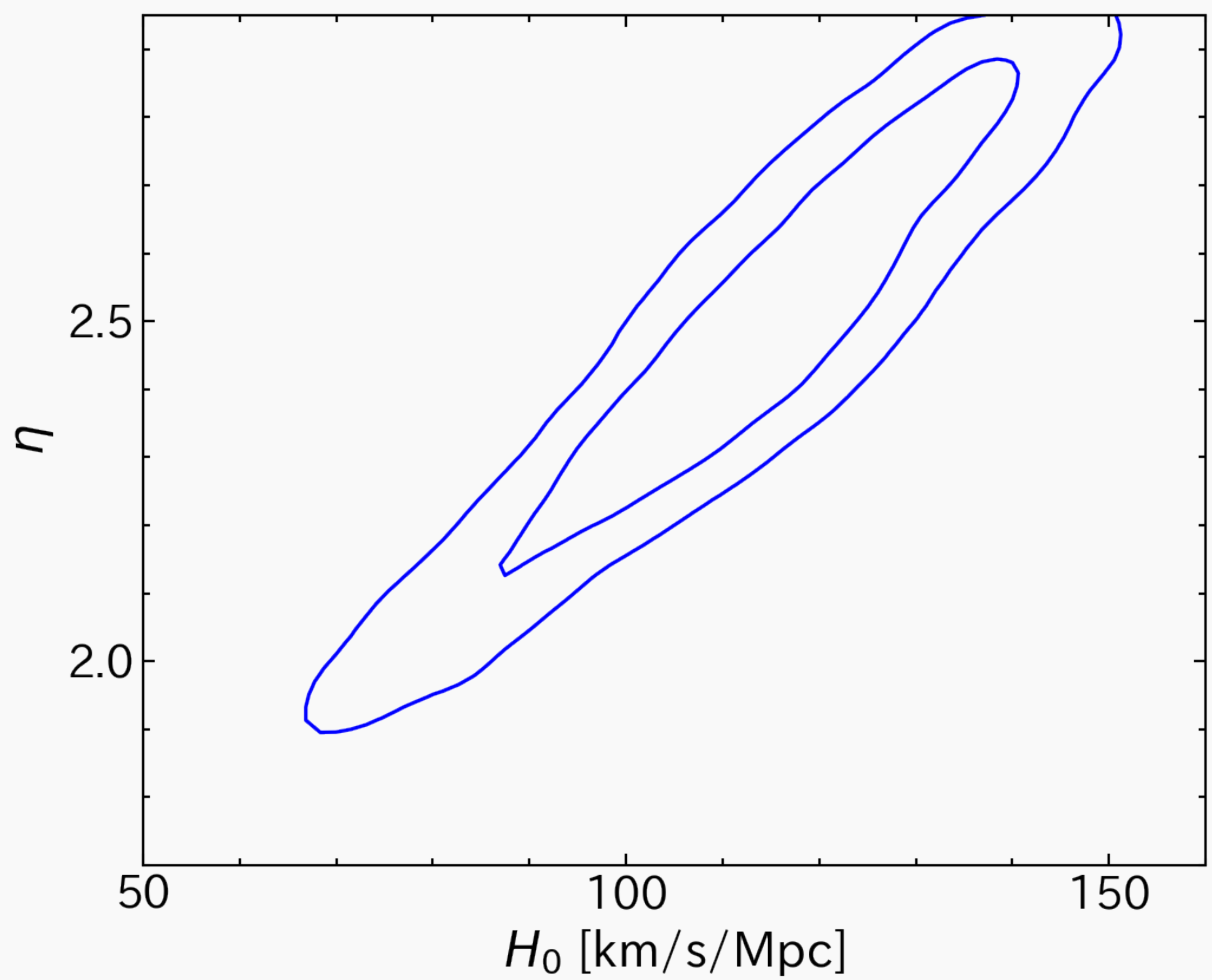
$$\bar{\kappa}(<\theta_{\rm Ein}) = 1$$

$$\theta_{\max} \simeq 2\theta_{\rm Ein}$$



ハッブル定数の制限





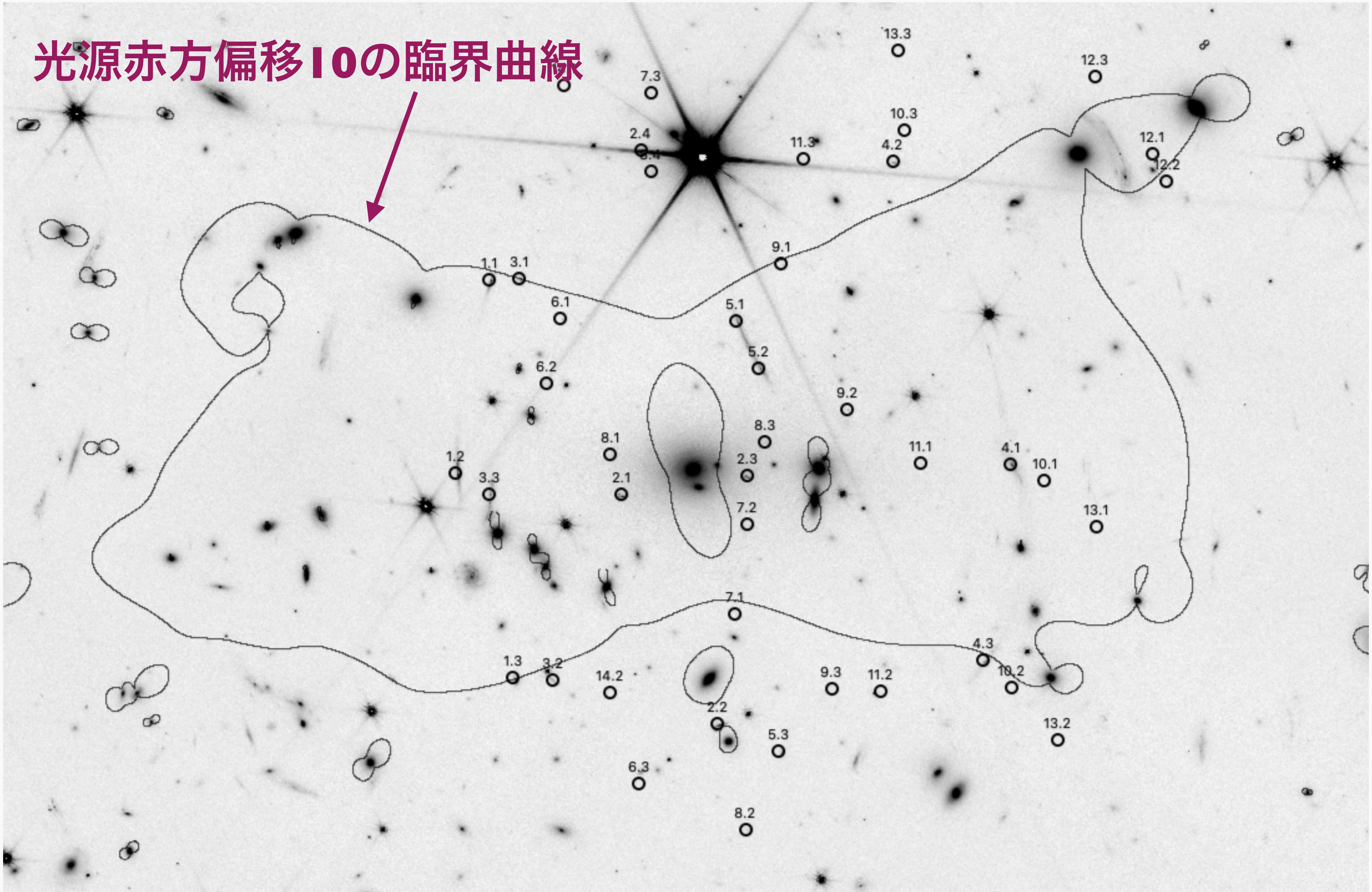
- 冪分布では制限が弱い
- 冪とH_0の縮退
  (≃質量薄板縮退)

例: 銀河団重力レンズ

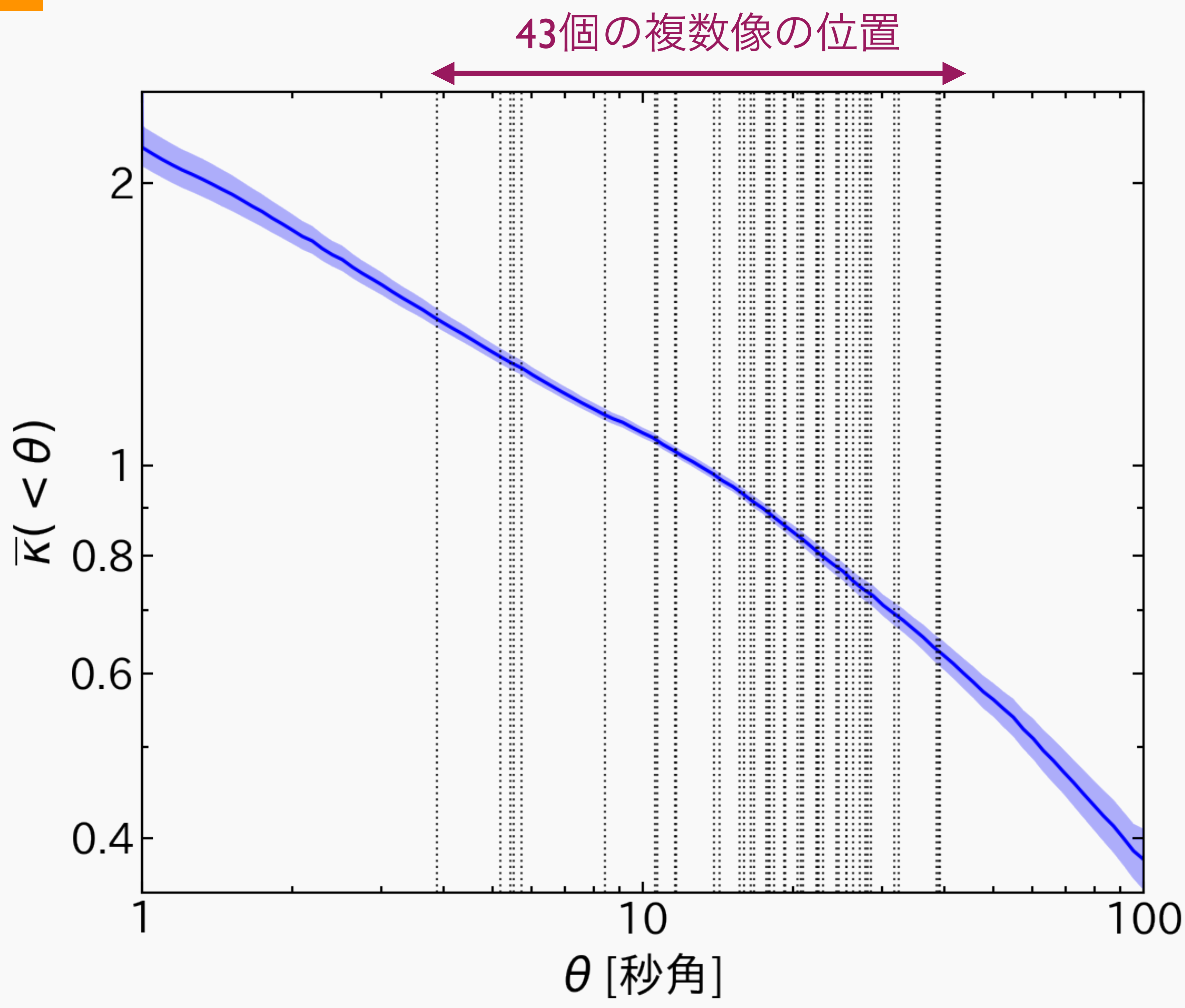
JWSTの
最初の
観測対象
の一つ

14個の
背景銀河
から、
43個の
複数像

最適化された質量モデル



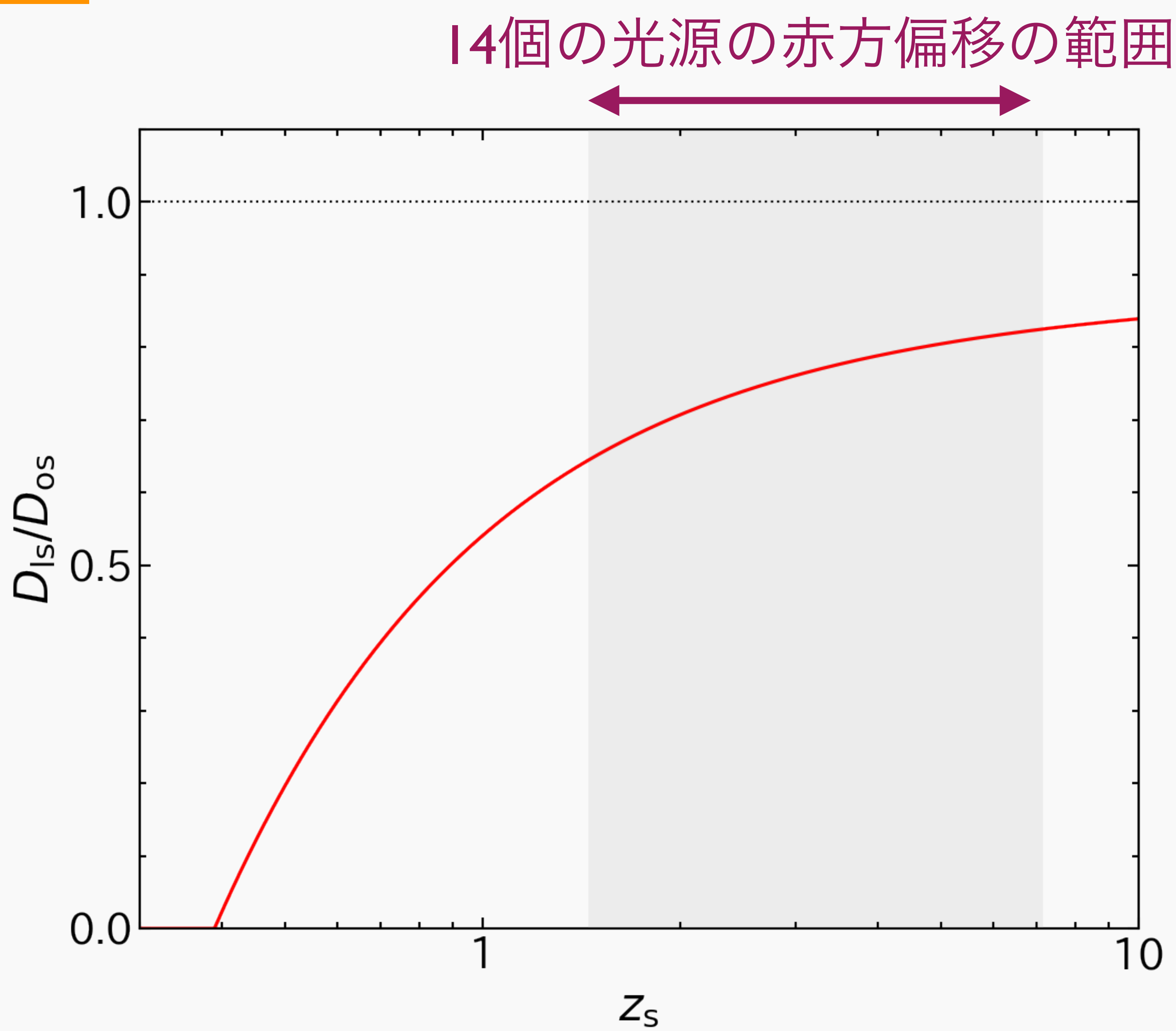
平均収束場

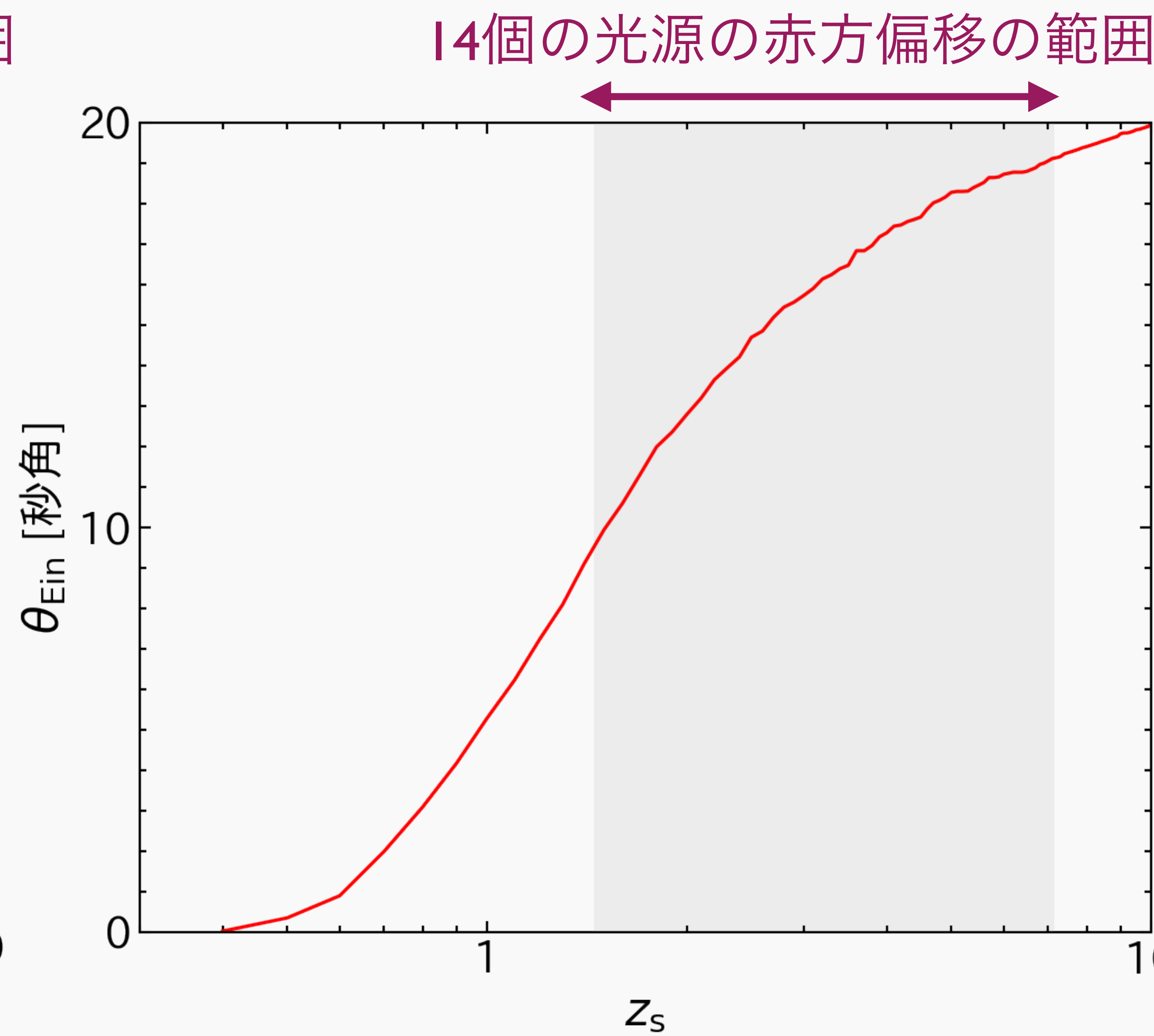


幅広い半径にわたって複数像が存在

密度分布を、冪まで含めてよく制限できる

光源赤方偏移依存性



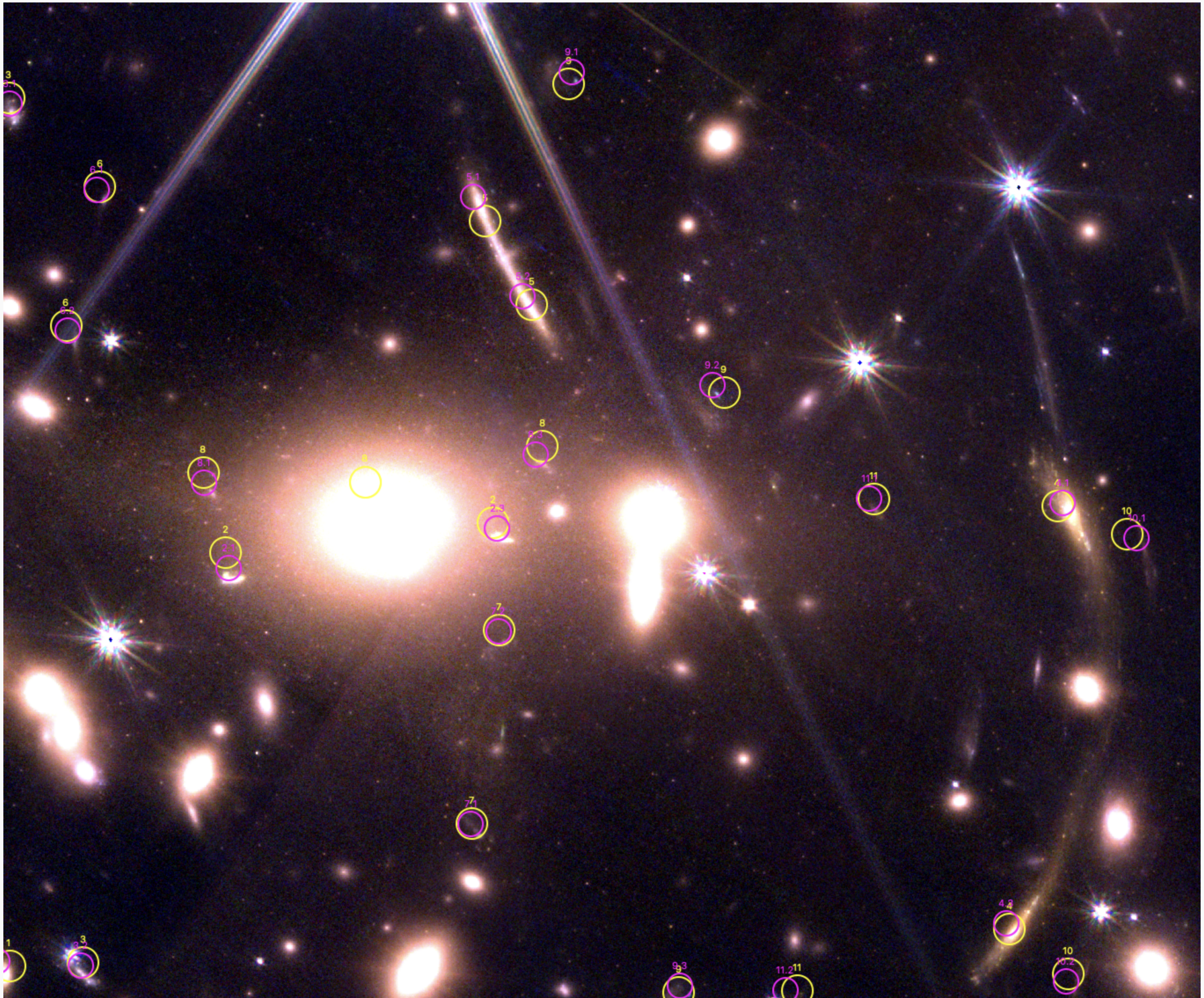


$$\Sigma_{\rm cr}^{-1} \propto \frac{D_{\rm ls}}{D_{\rm os}}$$

$\theta_{\rm Ein}$が光源の赤方偏移依存

複数の半径で $\bar{\kappa}(<\theta_{\rm Ein}) = 1$ の制限

銀河団強重力レンズ解析の問題点



観測された像の位置

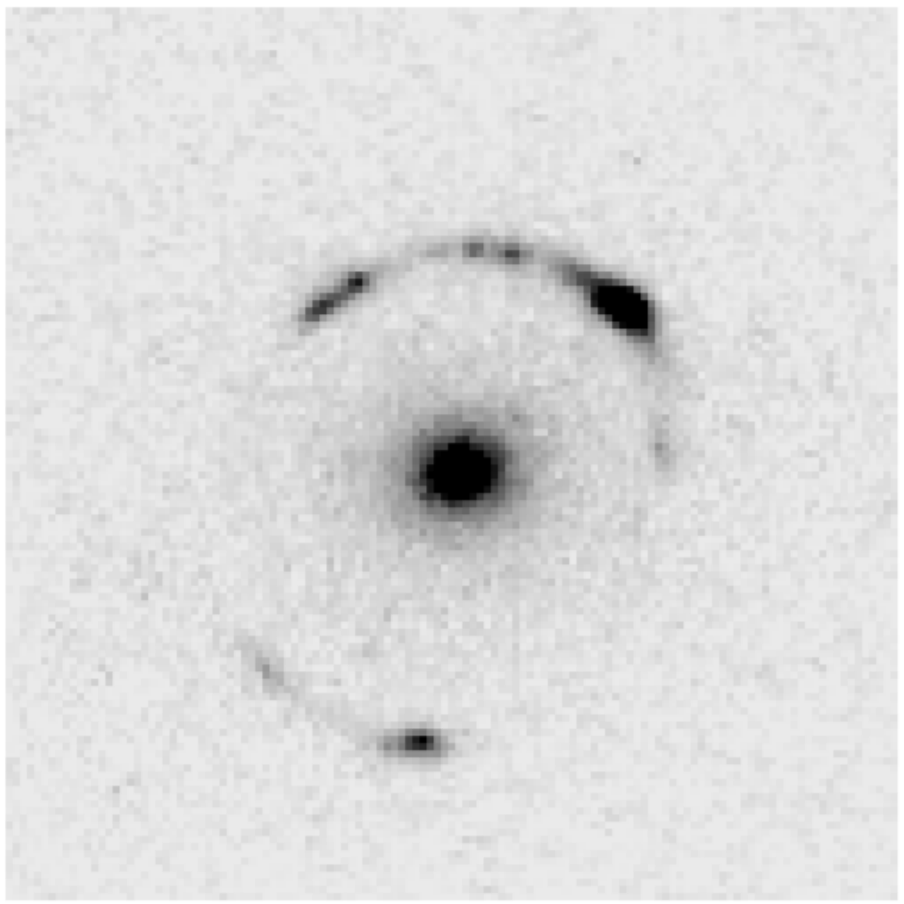
質量モデルで予言された位置

有意な(大きな)位置のずれ

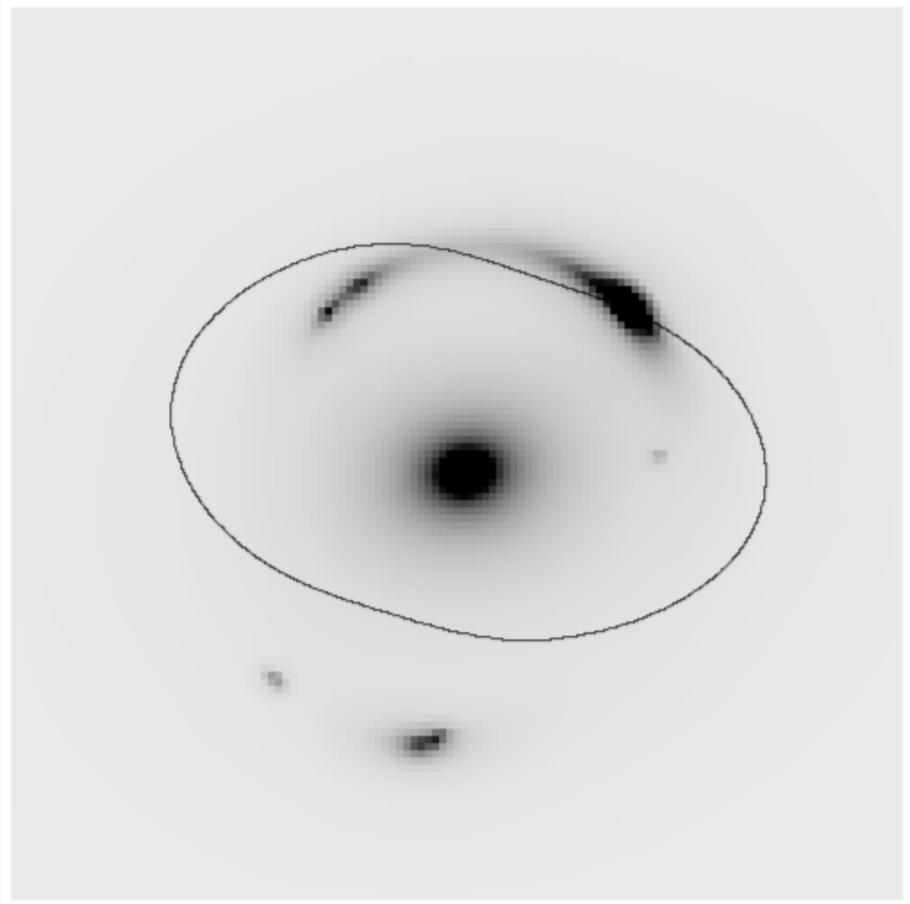
実際の構造の複雑さに起因

例: 広がった光源

SDSSJ002927.38+254401.7 (Shu+2016)



質量モデリングの結果



- 全てのピクセルをフィット

$$\chi^2_{\rm ext} = \sum_{i_x=1}^{N_x}\sum_{i_y=1}^{N_y} \frac{\left[f^{\rm obs}(i_x, i_y) - f(i_x, i_y; \boldsymbol{p}_{\rm source}, \boldsymbol{p}_{\rm model})\right]^2}{\sigma^2(i_x, i_y)}$$

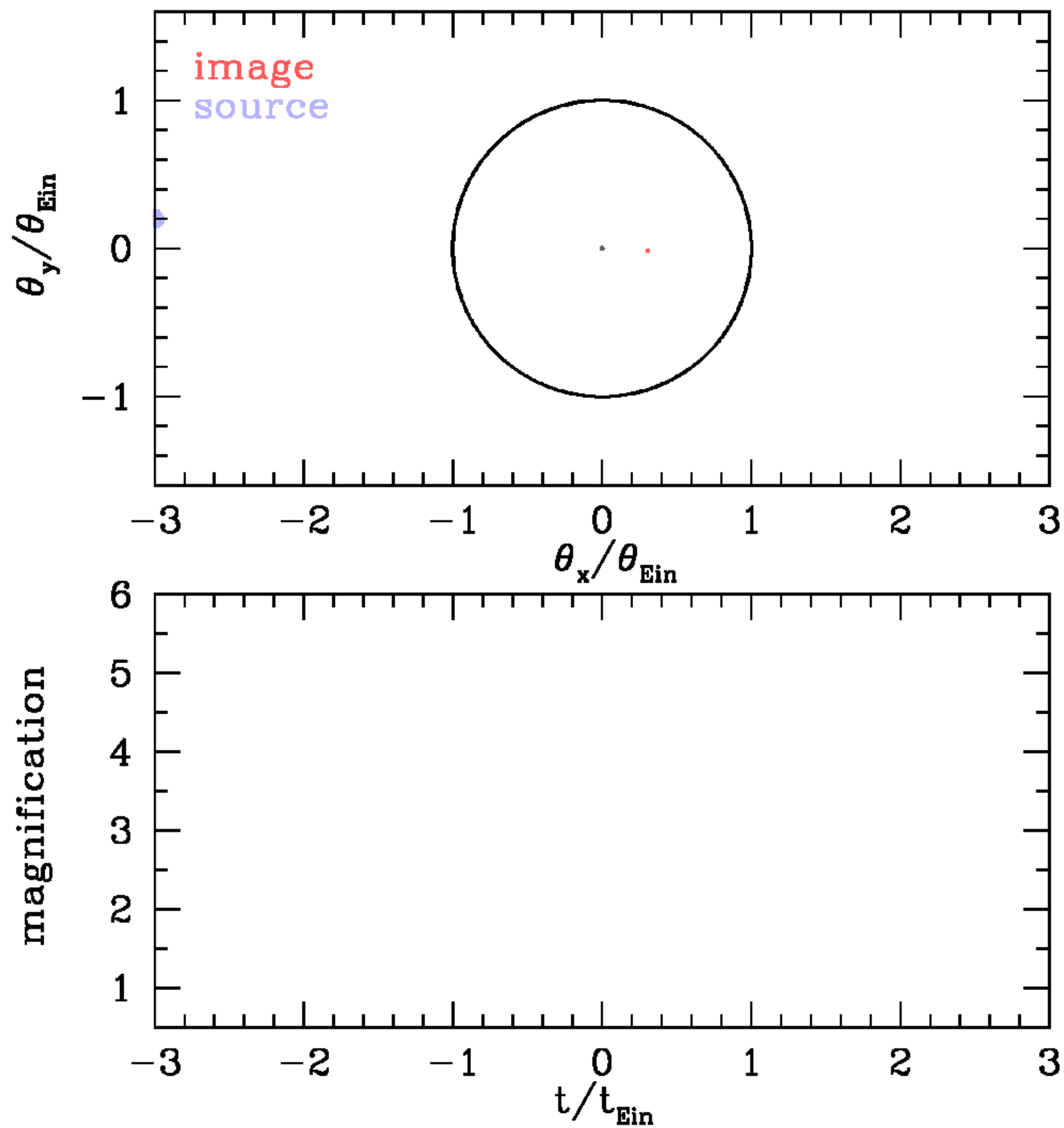
課題: **計算コスト**

光源の複雑さ

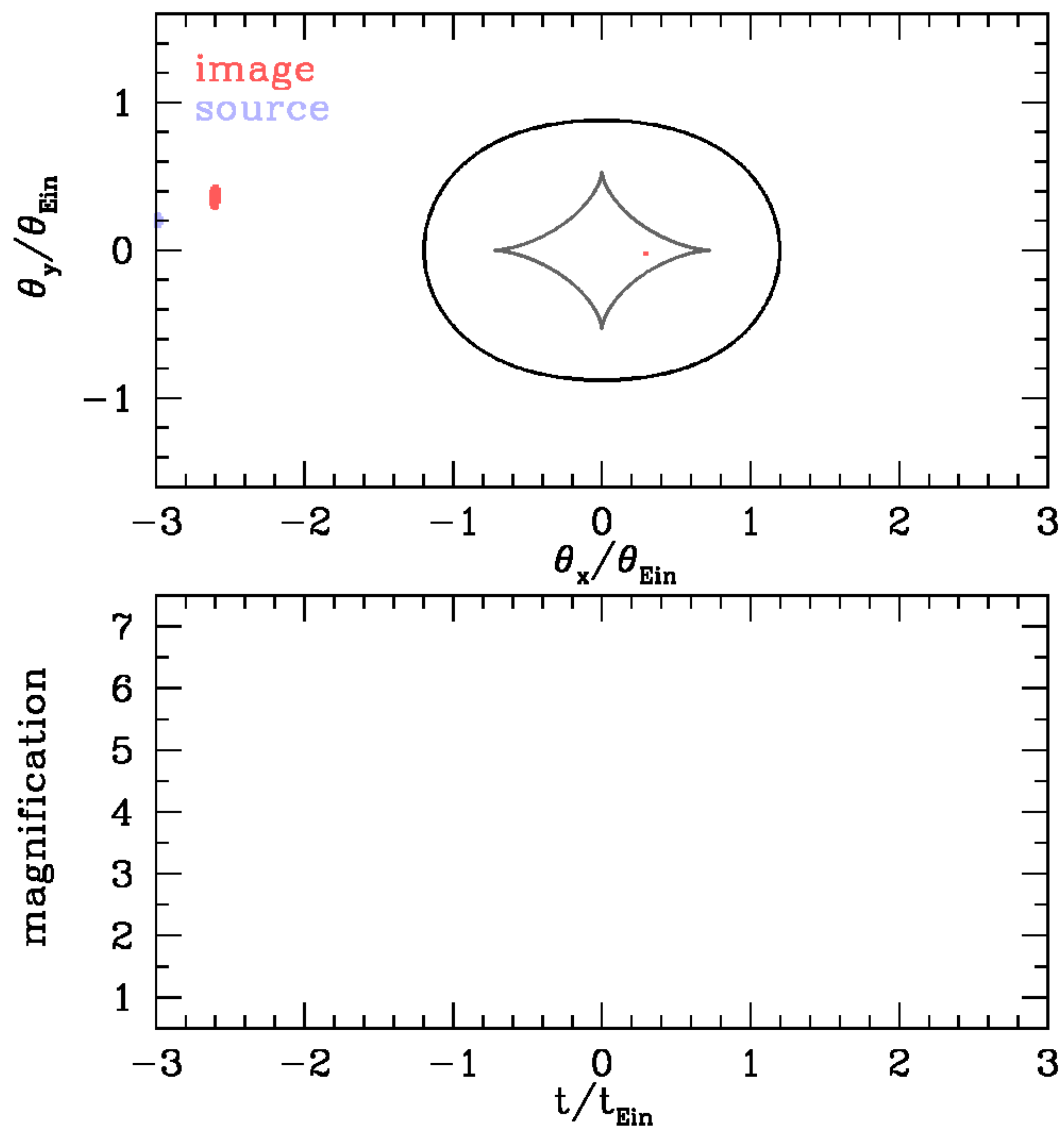
質量分布の複雑さ

...

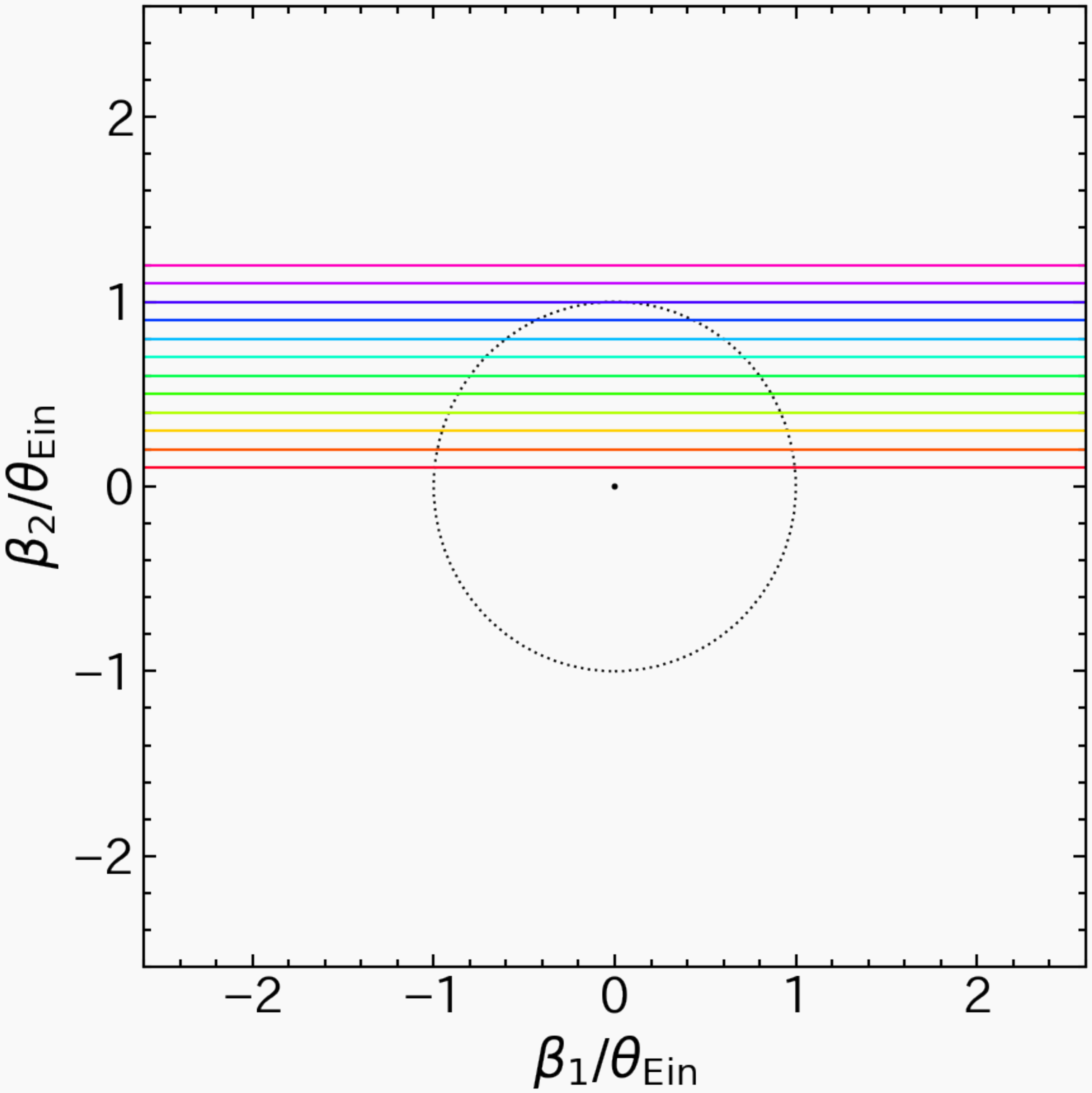
重力マイクロレンズ (点質量レンズ)

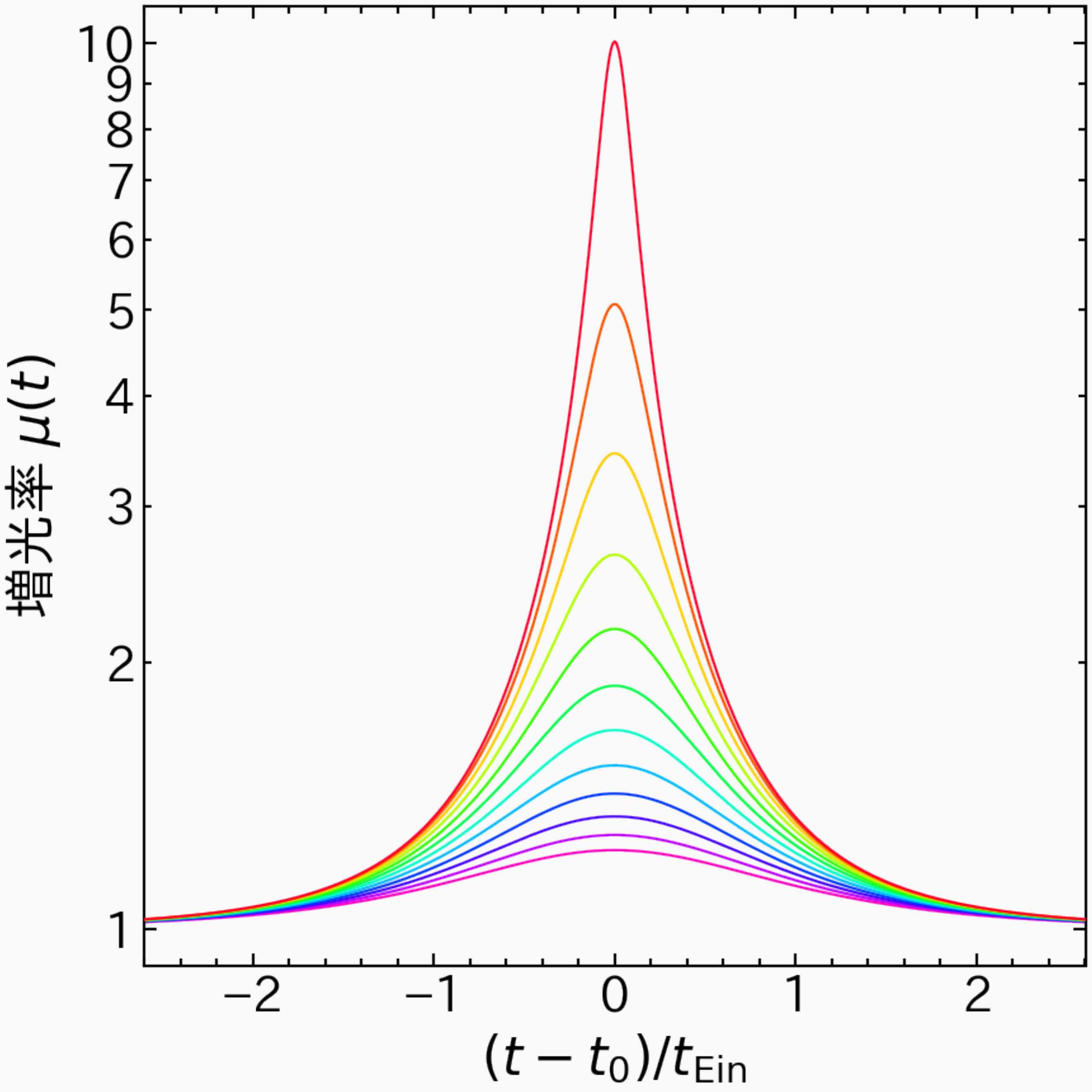


重力マイクロレンズ (焦線通過)

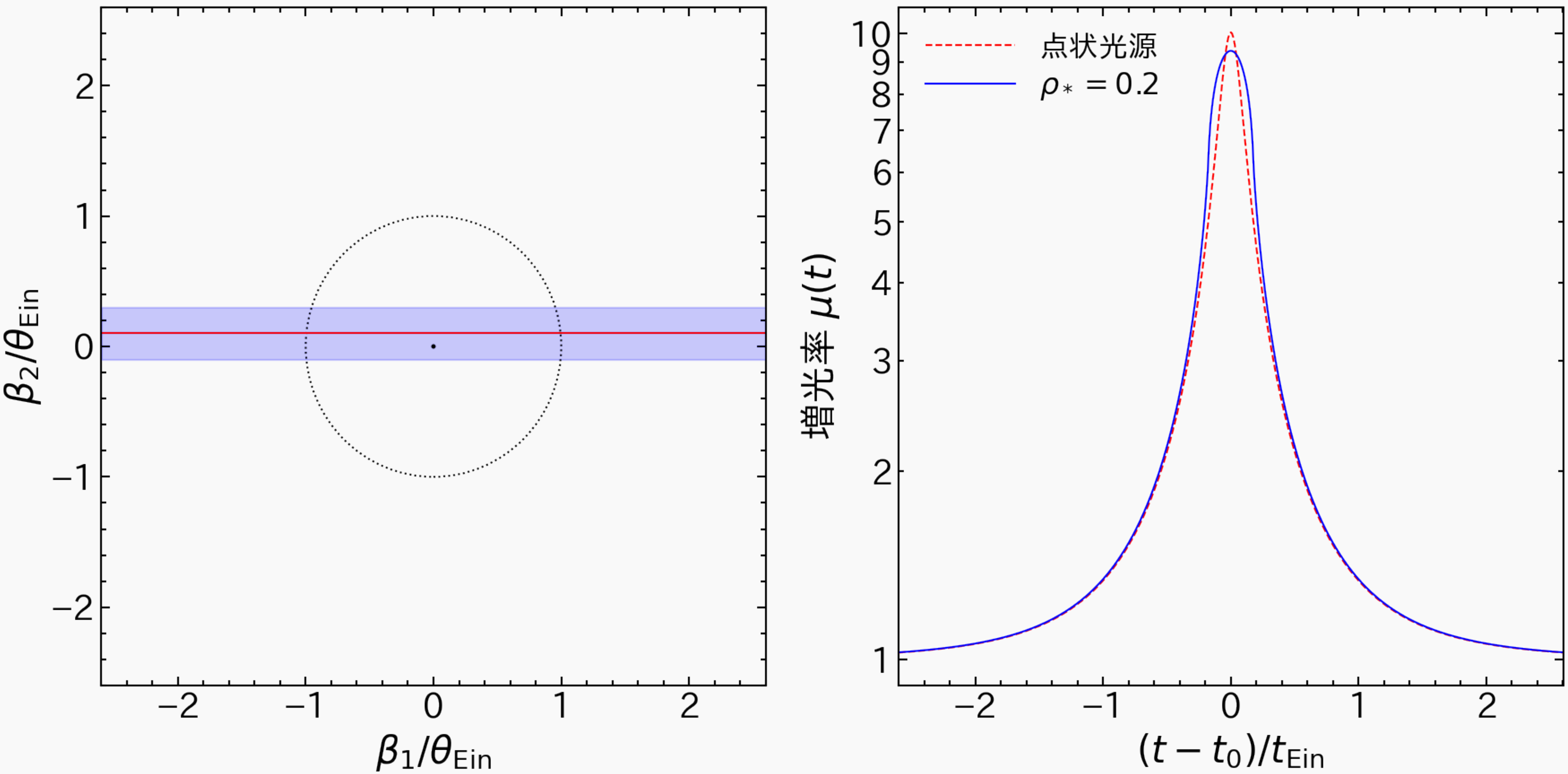


点質量レンズの増光曲線

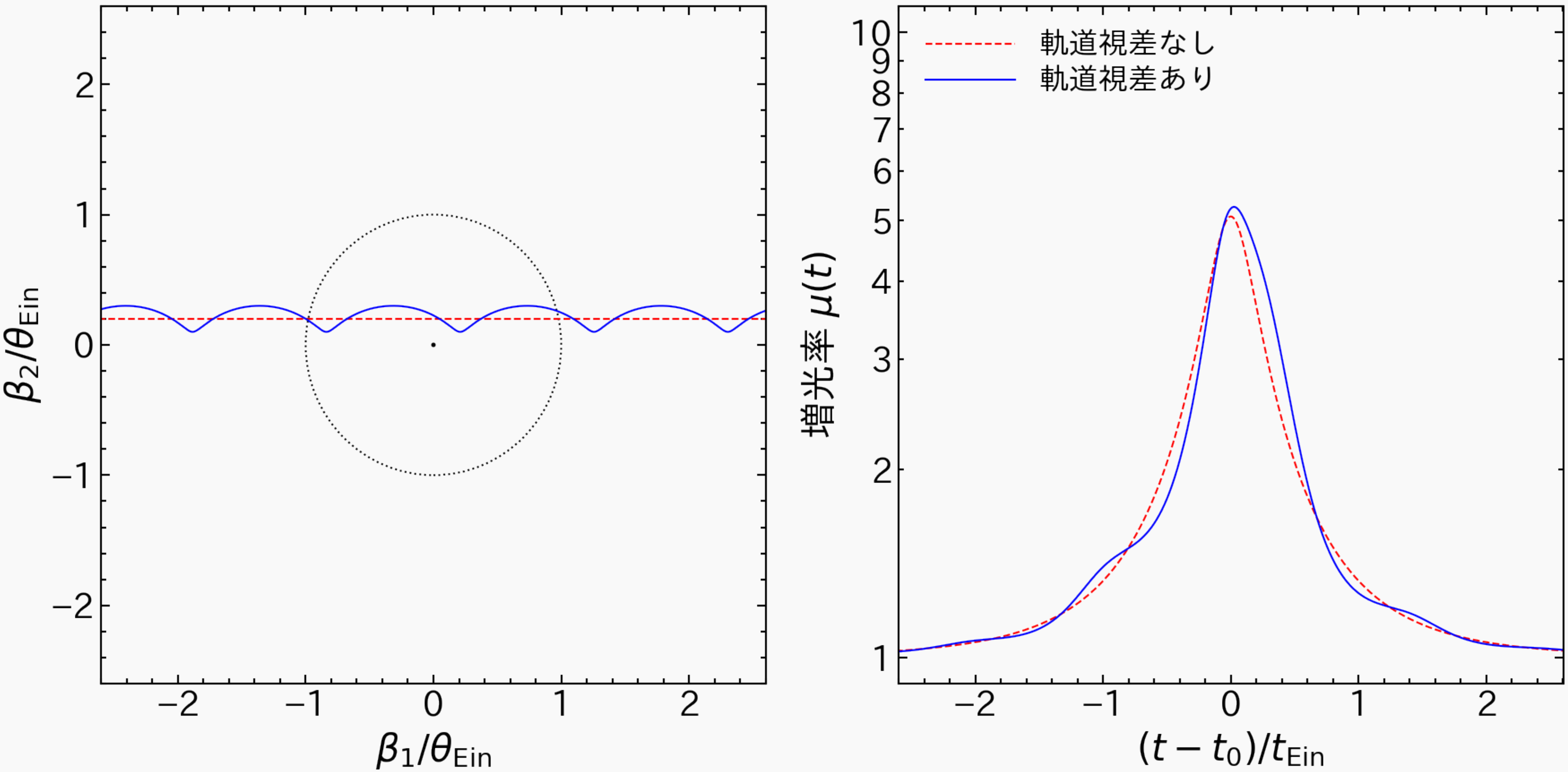




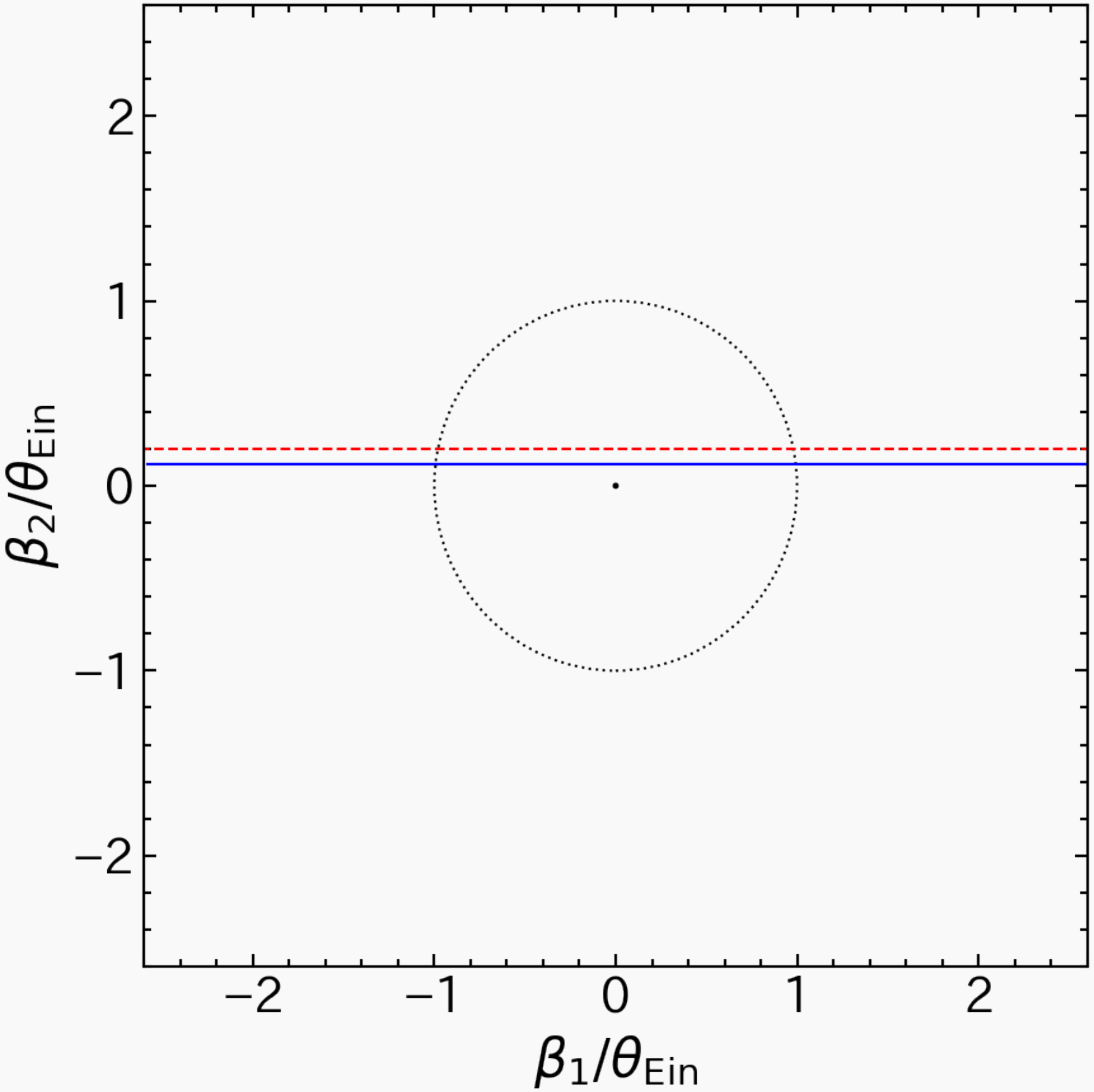
光源の大きさの影響

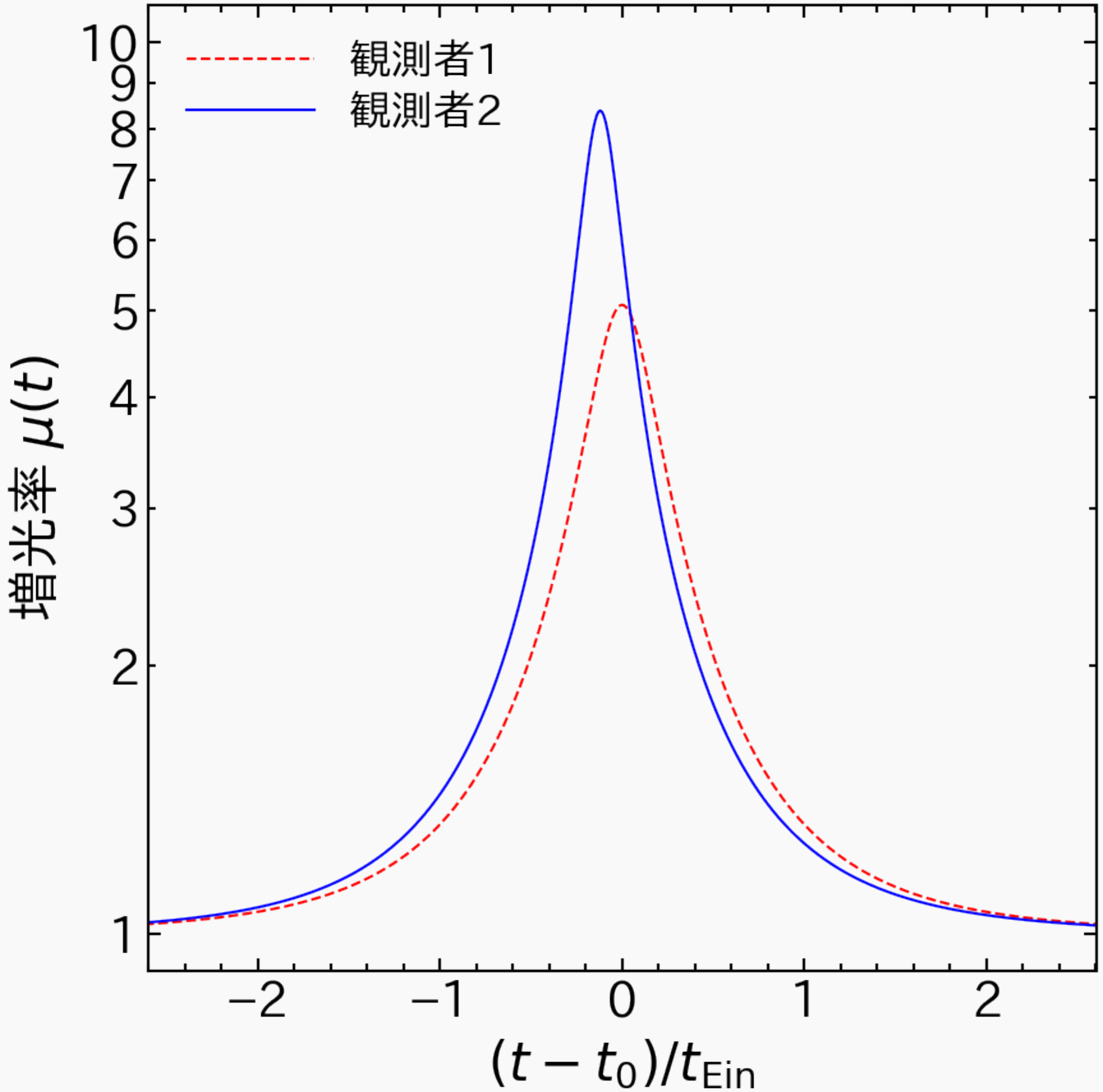

$\beta_2/\theta_{\mathrm{Ein}}$
$\beta_1/\theta_{\mathrm{Ein}}$
点状光源
$\rho_* = 0.2$
増光率 $\mu(t)$
$(t - t_0)/t_{\mathrm{Ein}}$

重力マイクロレンズ視差 (軌道視差)



重力マイクロレンズ視差 (3角視差)





重力マイクロレンズ確率

- 強い重力レンズ確率と同様の計算

$$P_{\mathrm{ml}}(z_{\mathrm{s}};>\mu_{\mathrm{th}})=\int_0^{z_{\mathrm{s}}}dz_{\mathrm{l}}\frac{d^2V}{dz_{\mathrm{l}}d\Omega}\int_0^{\infty}dM\frac{dn}{dM}\sigma_{\mathrm{ml}}(M;\,z_{\mathrm{l}},\,z_{\mathrm{s}},\,>\mu_{\mathrm{th}})$$

- 重力マイクロレンズ断面積

点質量レンズの
アインシュタイン半径

$$\sigma_{\mathrm{ml}}(M;\,z_{\mathrm{l}},\,z_{\mathrm{s}},\,>\mu_{\mathrm{th}})=\pi\theta_{\mathrm{Ein}}^2 y_{0,\,\mathrm{max}}^2(\mu_{\mathrm{th}})$$

$$=\frac{4\pi GM}{c^2}\frac{D_{\mathrm{ls}}}{D_{\mathrm{ol}}D_{\mathrm{os}}}y_{0,\,\mathrm{max}}^2(\mu_{\mathrm{th}})$$

レンズ質量Mに比例

$$y_{0,\,\mathrm{max}}^2(\mu_{\mathrm{th}}):=\frac{2}{\mu_{\mathrm{th}}\sqrt{\mu_{\mathrm{th}}^2-1}+\mu_{\mathrm{th}}^2-1}$$

重力マイクロレンズ確率

- 確率はレンズ天体の平均質量密度に比例

$$\int_0^\infty dM M \frac{dn}{dM} = \rho$$

- 質量Mには依存しない！

重力マイクロレンズ発生率

- 単位時間あたりにマイクロレンズが発生する確率

$$\Gamma_{\rm ml}(z_{\rm s}; > \mu_{\rm th}) = \int_0^{z_{\rm s}} dz_{\rm l} \frac{d^2V}{dz_{\rm l} d\Omega} \int_0^{\infty} dM \frac{dn}{dM} \frac{d\sigma_{\rm ml}}{dt}$$

$$\frac{d\sigma_{\rm ml}}{dt} = \frac{2\theta_{\rm Ein}^2 y_{0,\,\rm max}}{t_{\rm Ein}}$$

⇒ $\Gamma_{\rm ml} \sim \frac{P_{\rm ml}}{t_{\rm Ein}}$ であり、$t_{\rm Ein}$を通じてレンズ質量Mに依存する