

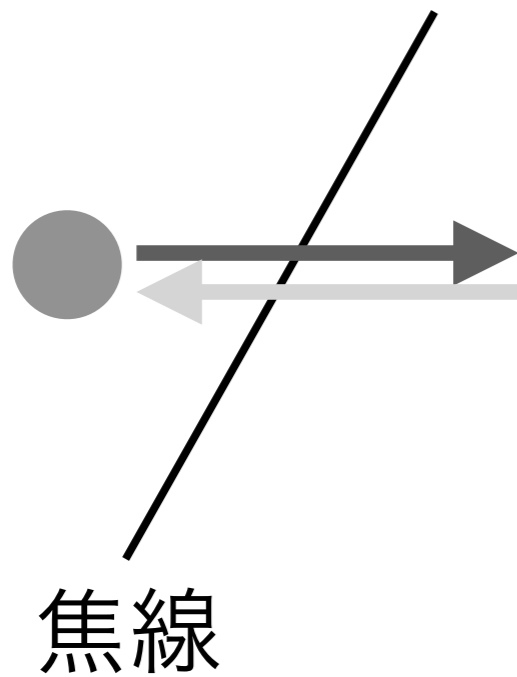
重力レンズ天文学 (講義資料)

大栗 真宗

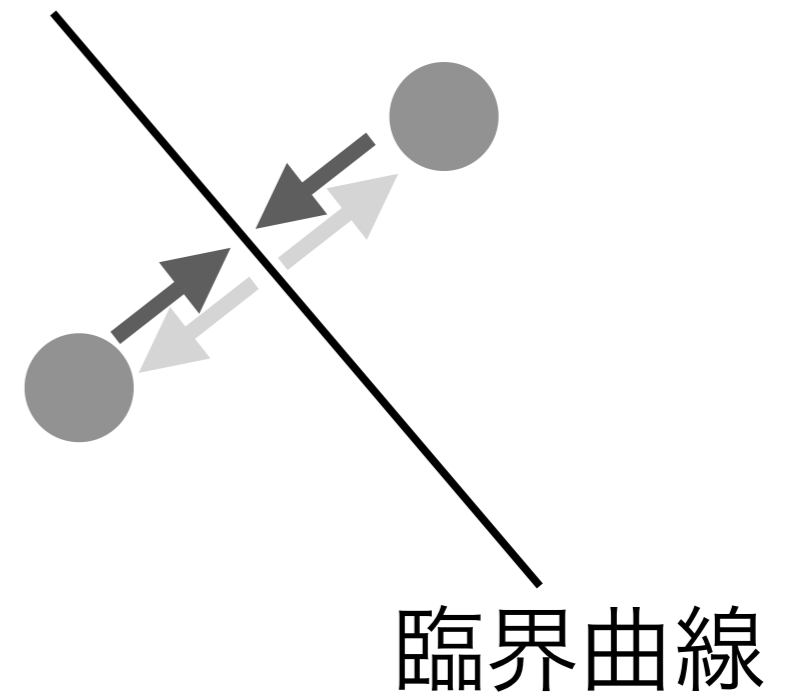
千葉大学 先進科学センター

臨界曲線と焦線付近の複数像

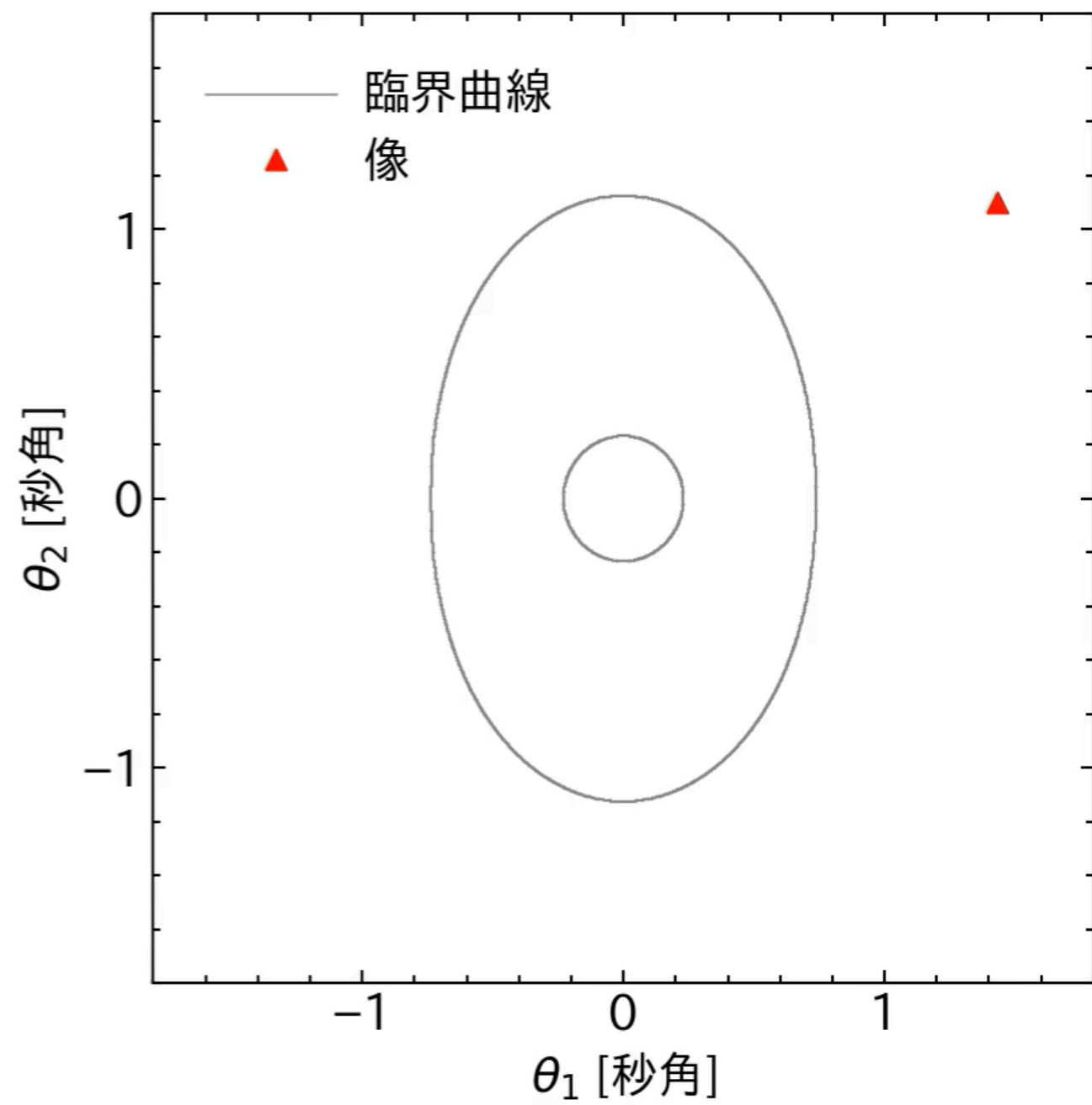
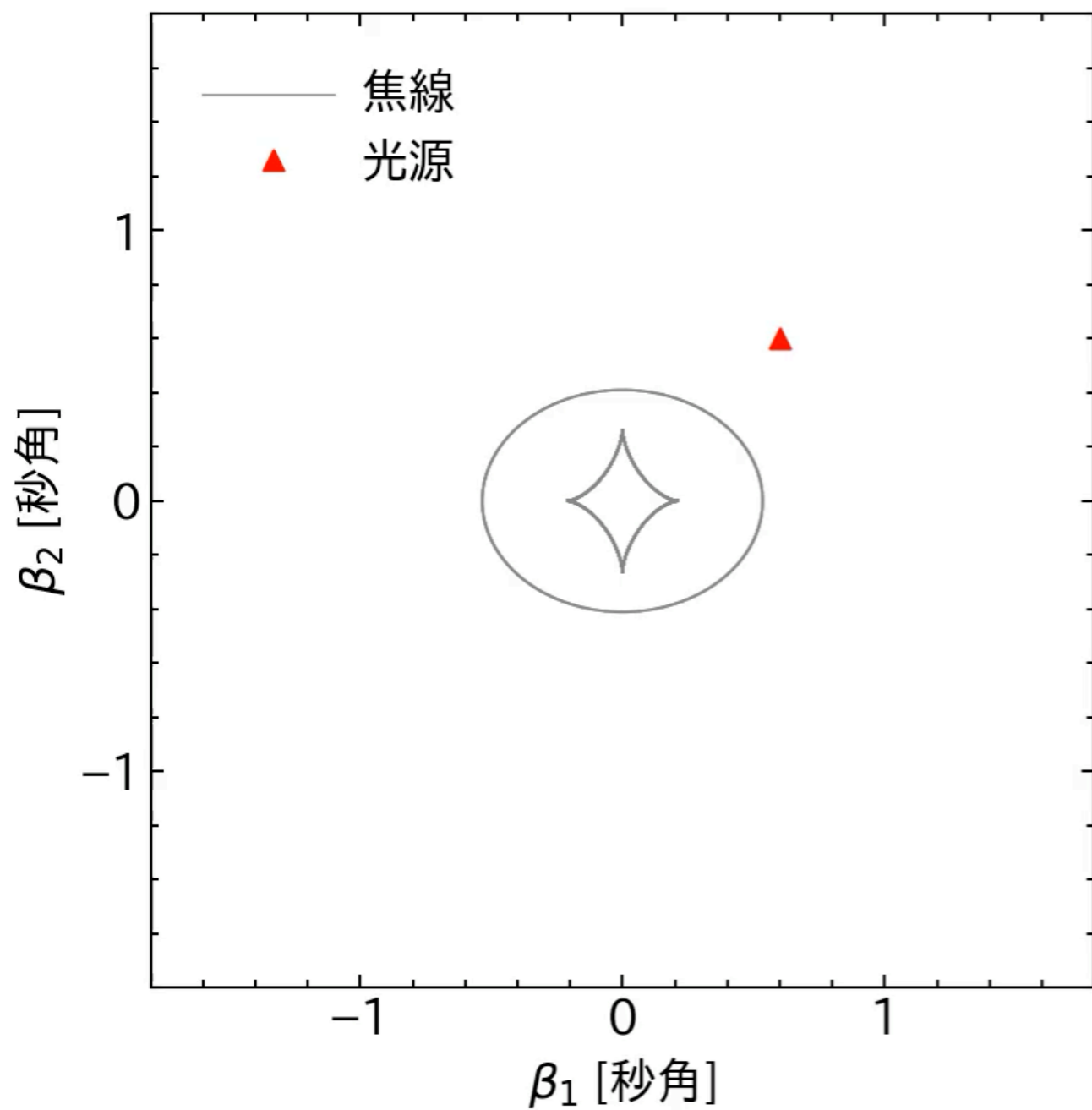
光源平面



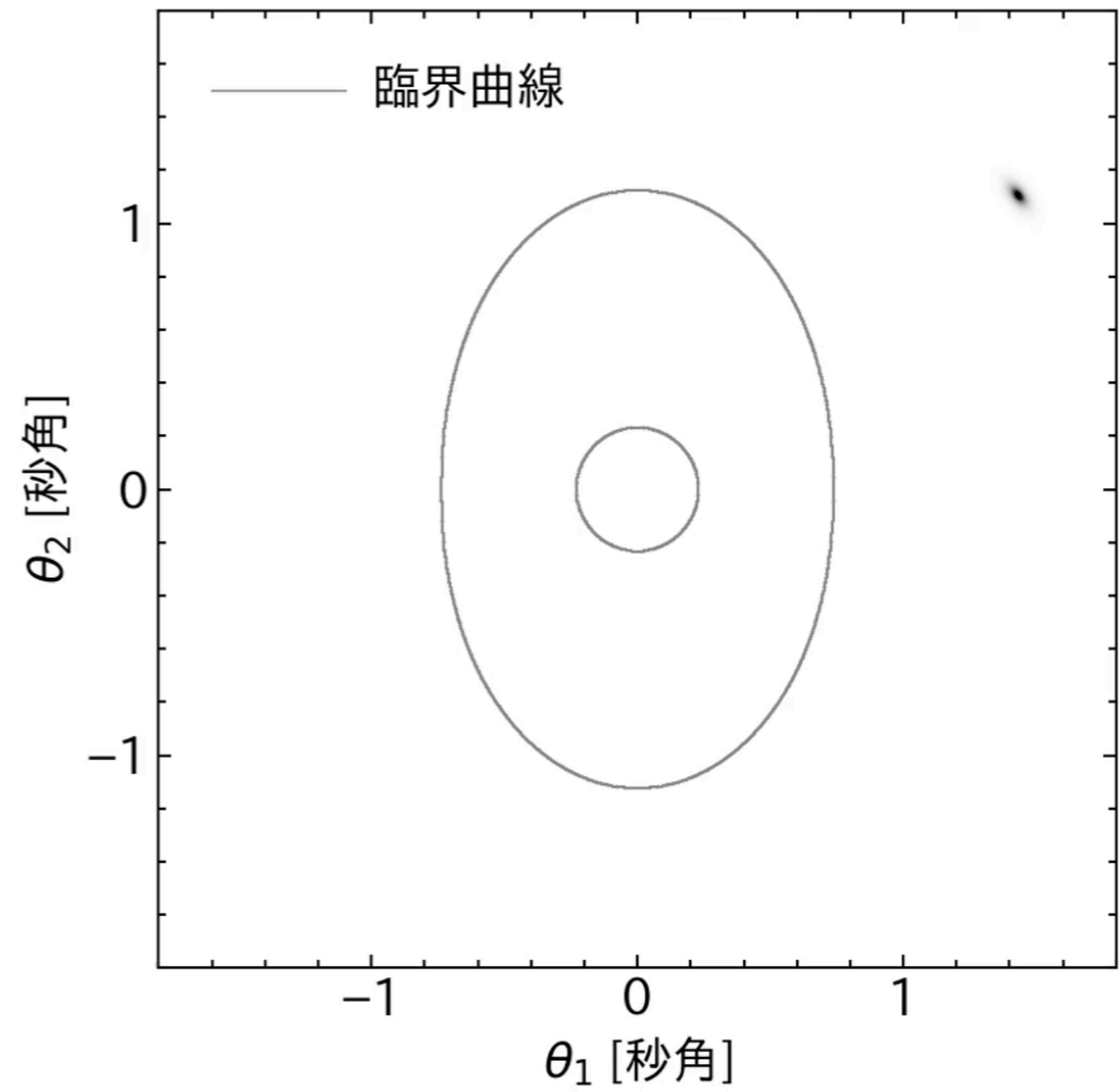
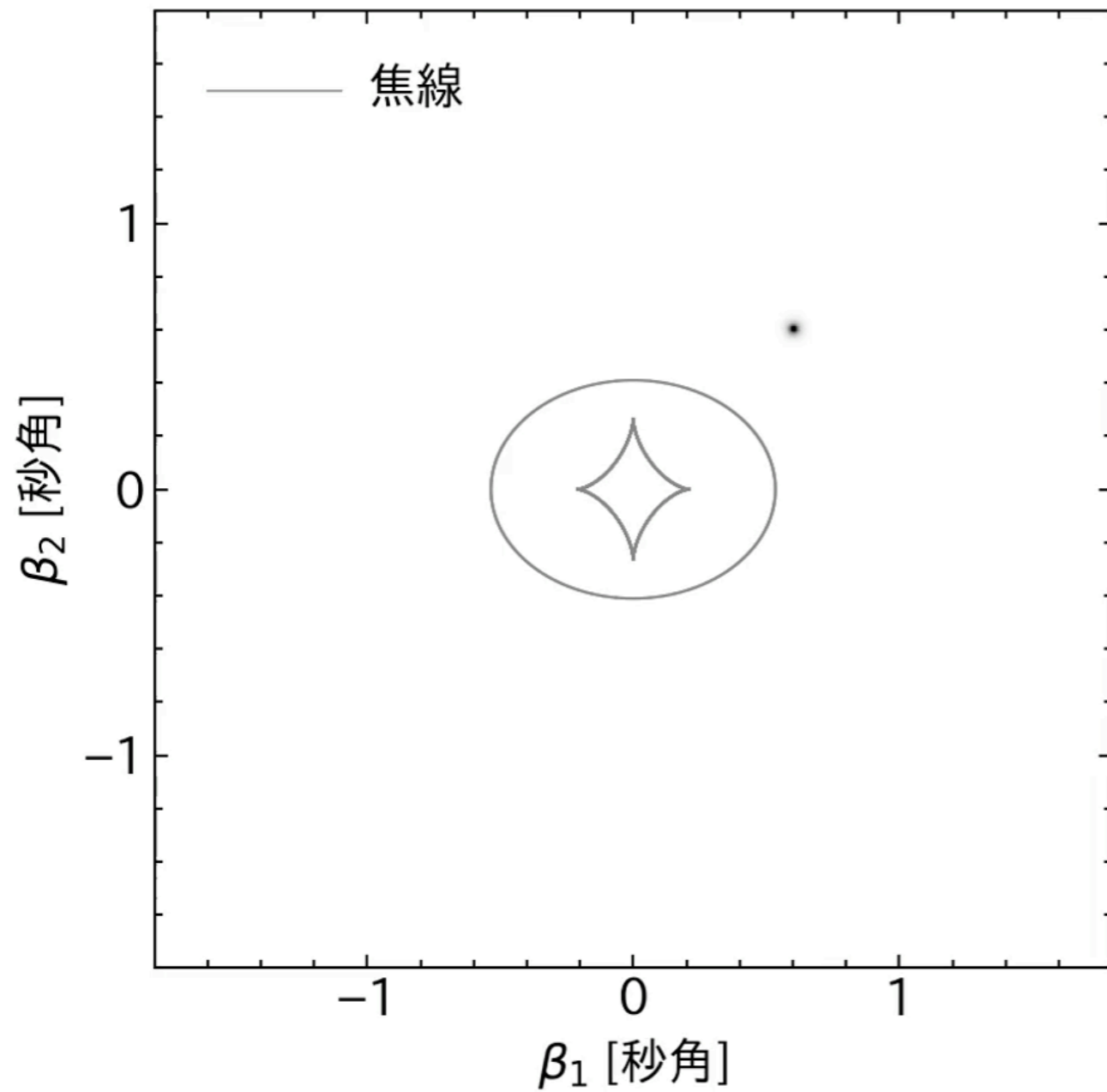
像平面



強い重力レンズアニメ (点状光源)



強い重力レンズアニメ (広がった光源)



重力レンズ解析の数値的手法

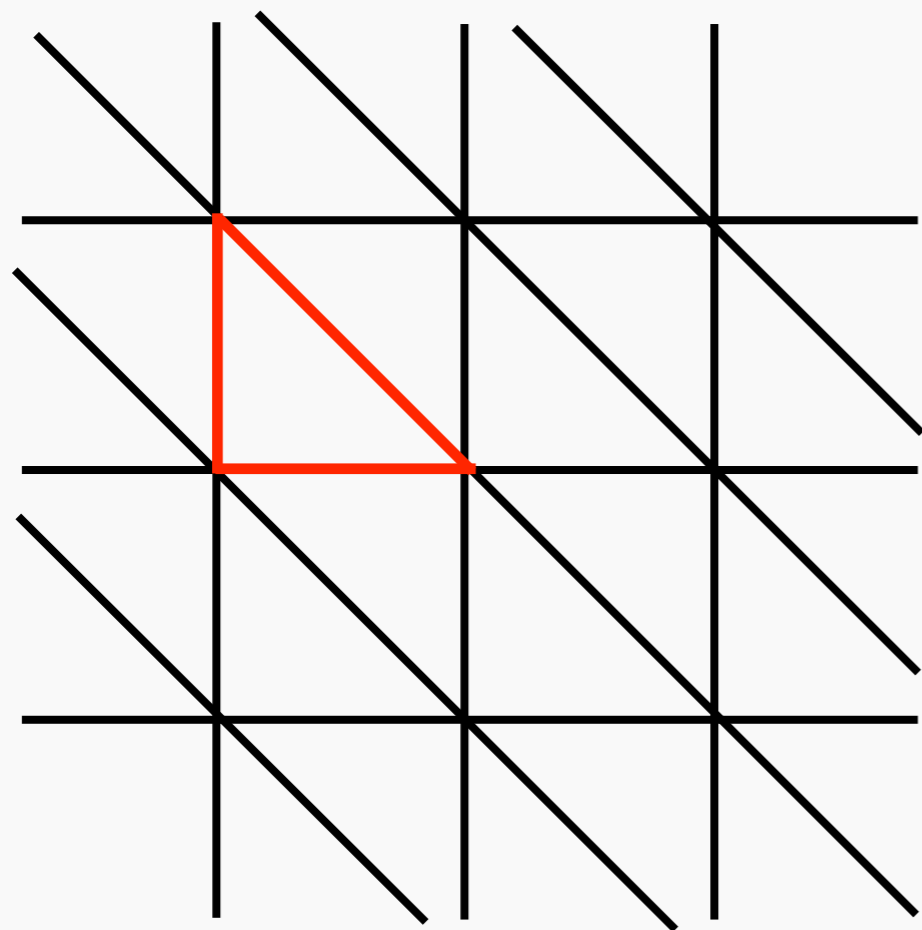
- 一般に重力レンズ方程式を解析的に解くのは困難

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta})$$

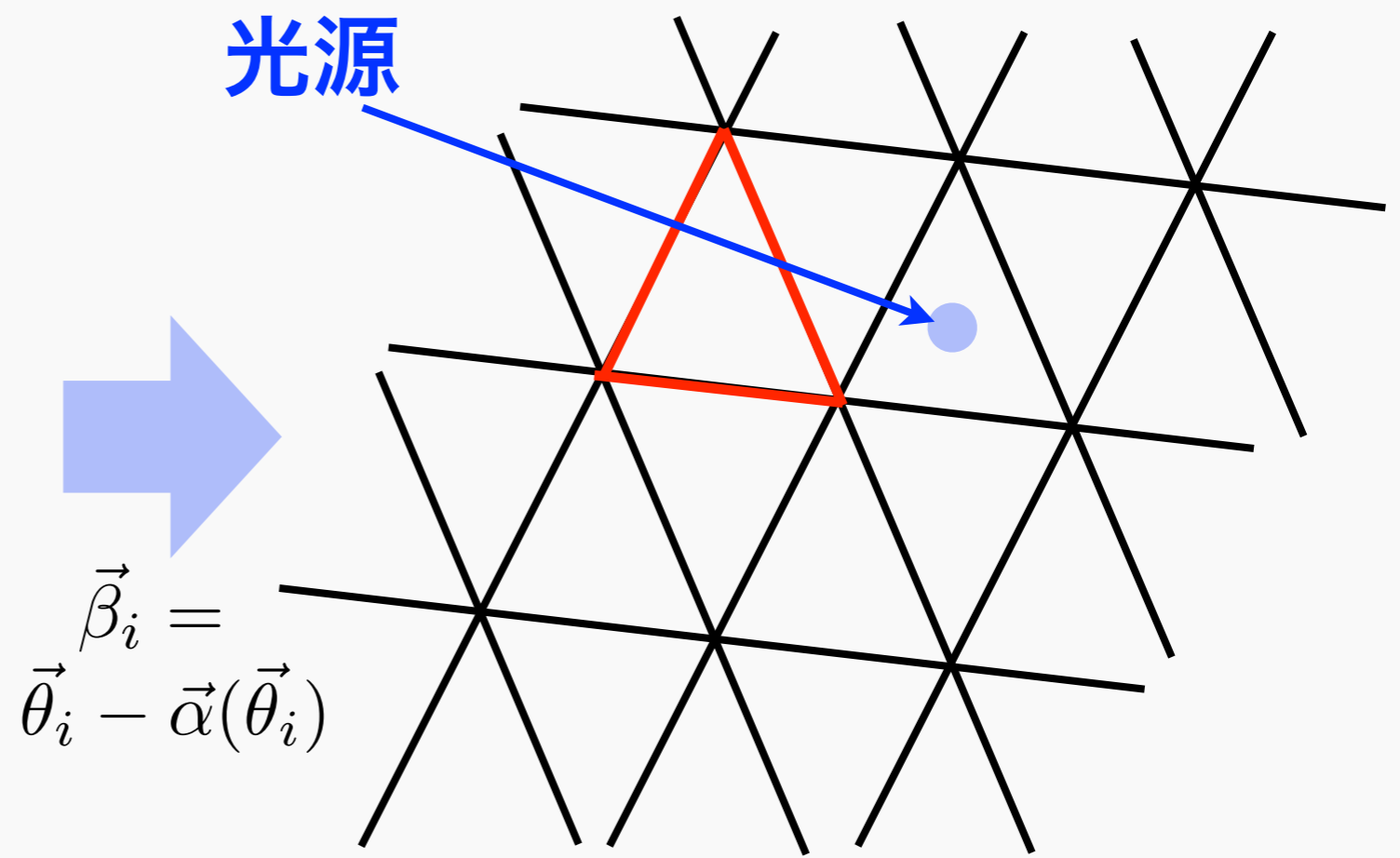
($\vec{\beta} \rightarrow \vec{\theta}$ は非線形、複数の解が許される)

- 数値的に重力レンズ方程式を解くことが必要

数値的な解の探索



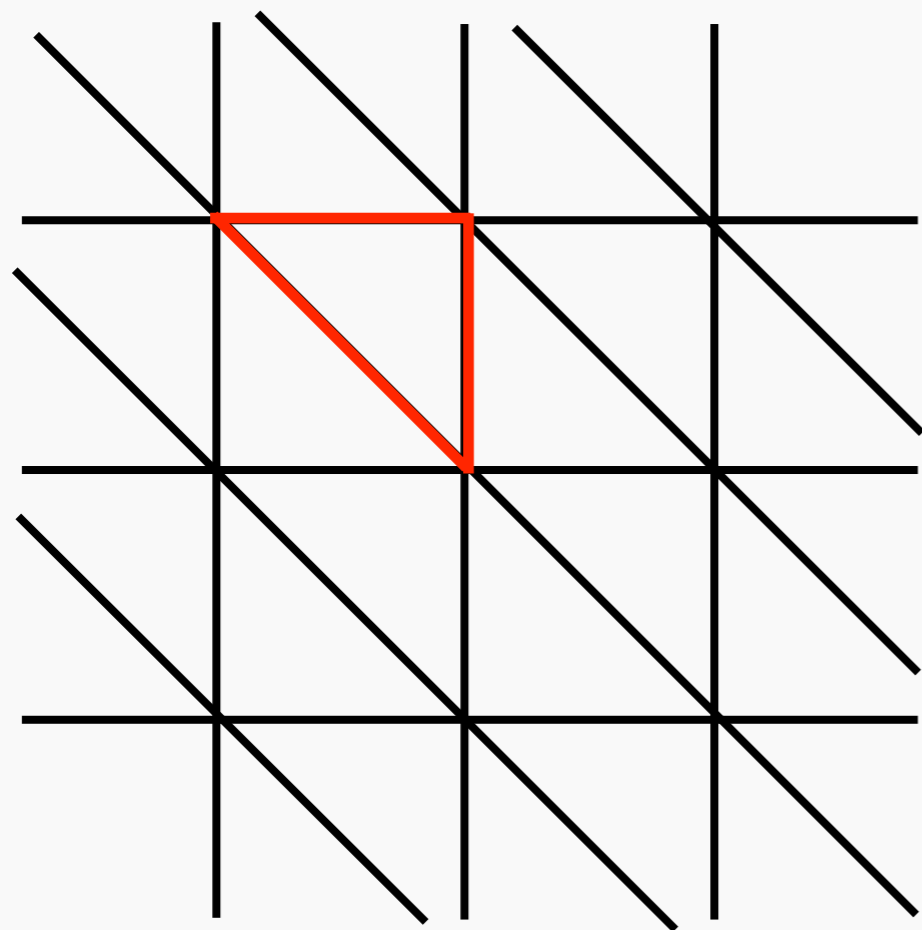
像平面 ($\vec{\theta}_i$)



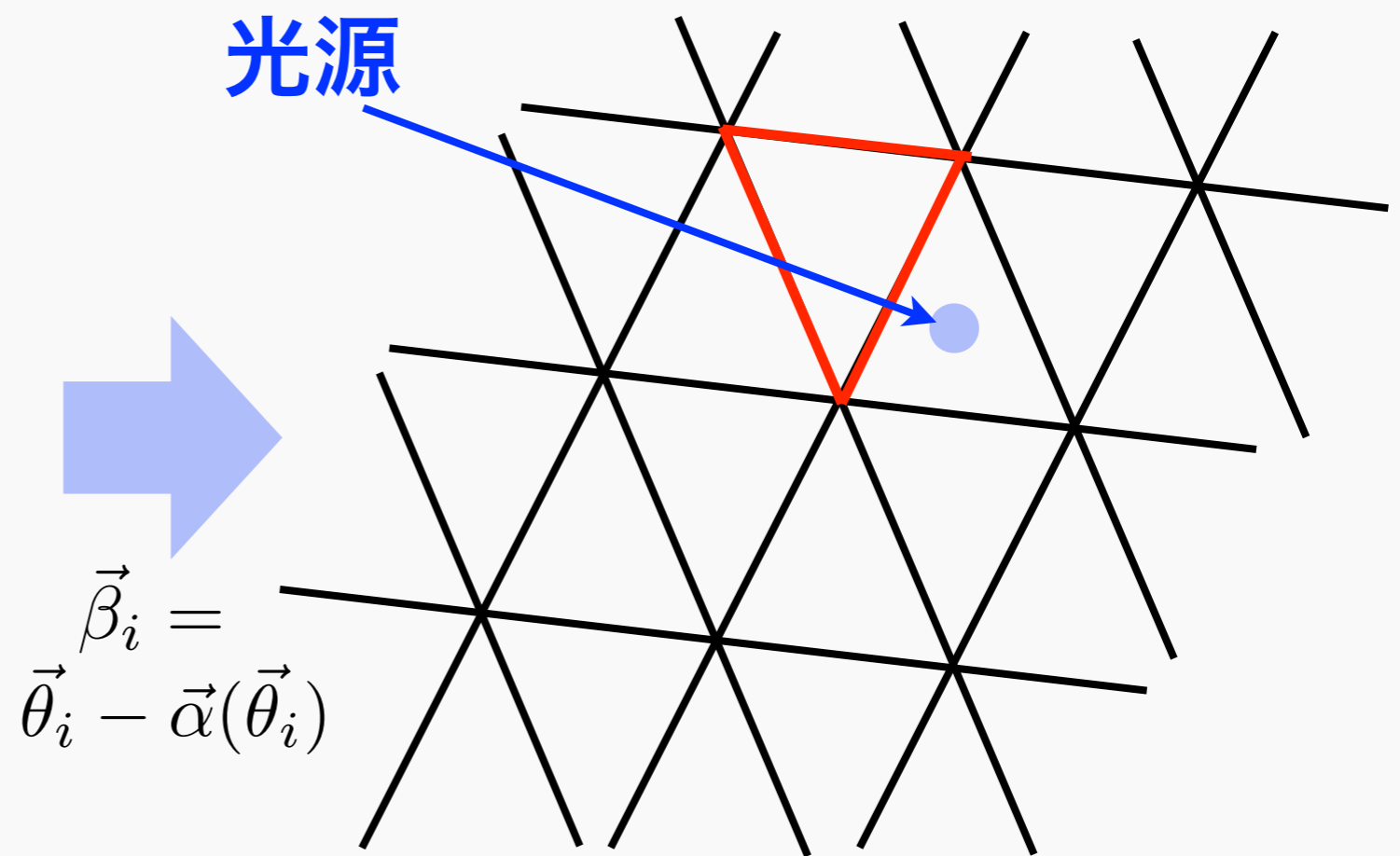
$$\vec{\beta}_i = \vec{\theta}_i - \vec{\alpha}(\vec{\theta}_i)$$

光源平面 ($\vec{\beta}_i$)

数値的な解の探索



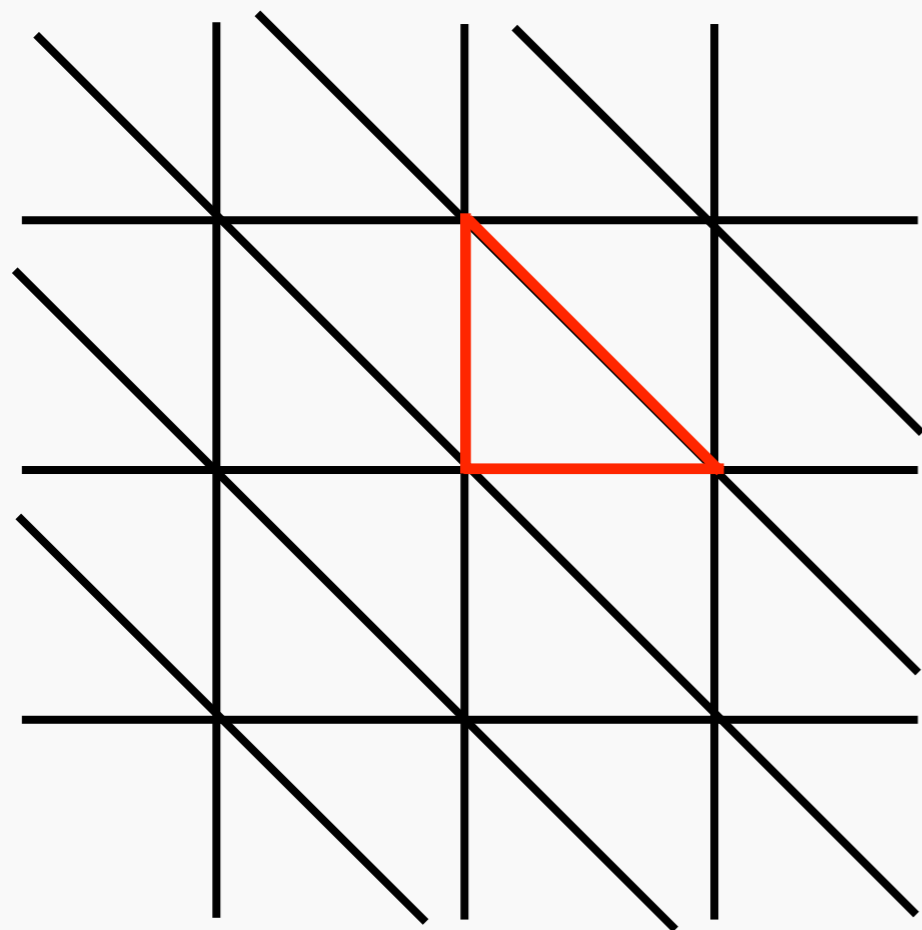
像平面 ($\vec{\theta}_i$)



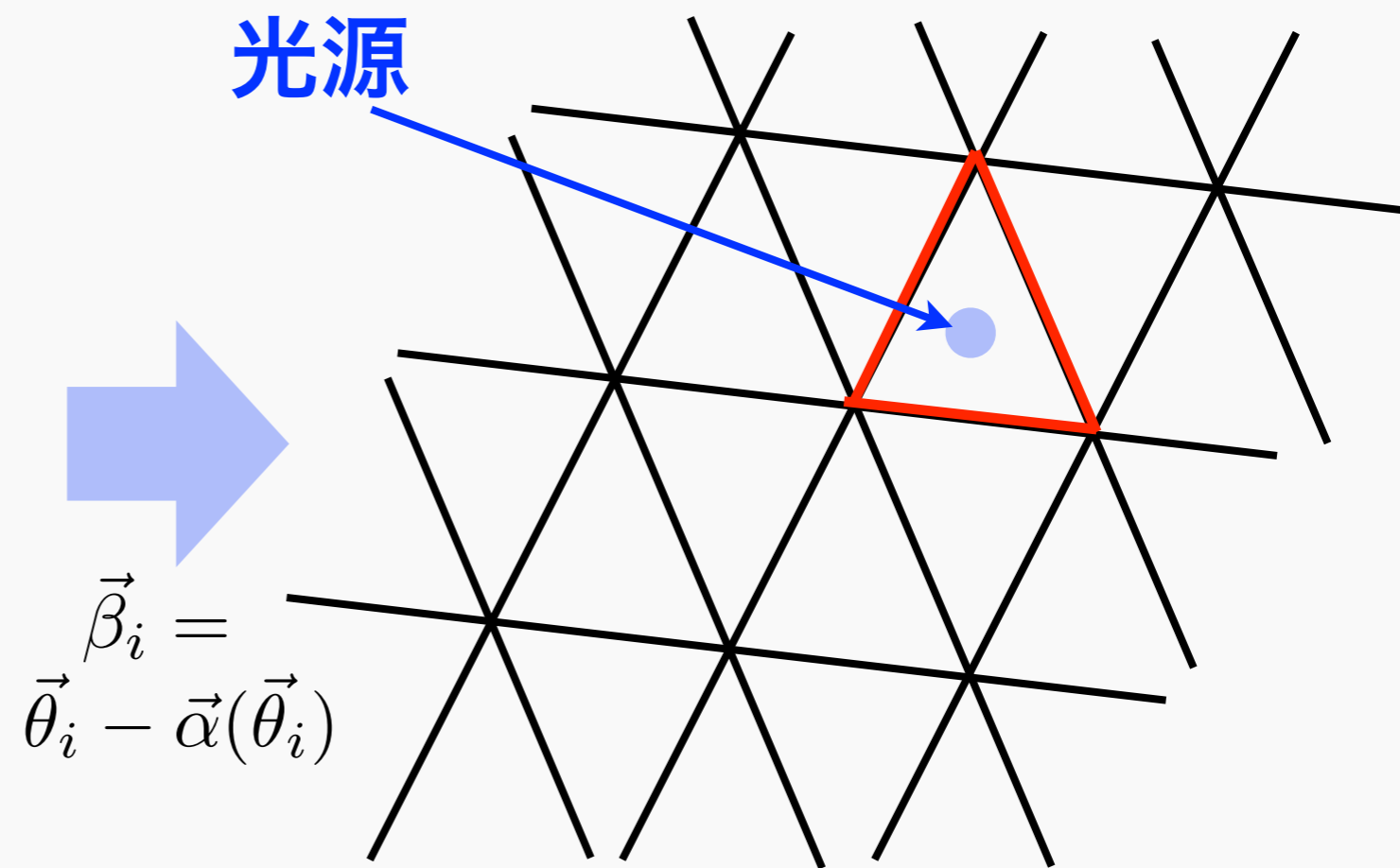
$$\vec{\beta}_i = \vec{\theta}_i - \vec{\alpha}(\vec{\theta}_i)$$

光源平面 ($\vec{\beta}_i$)

数値的な解の探索



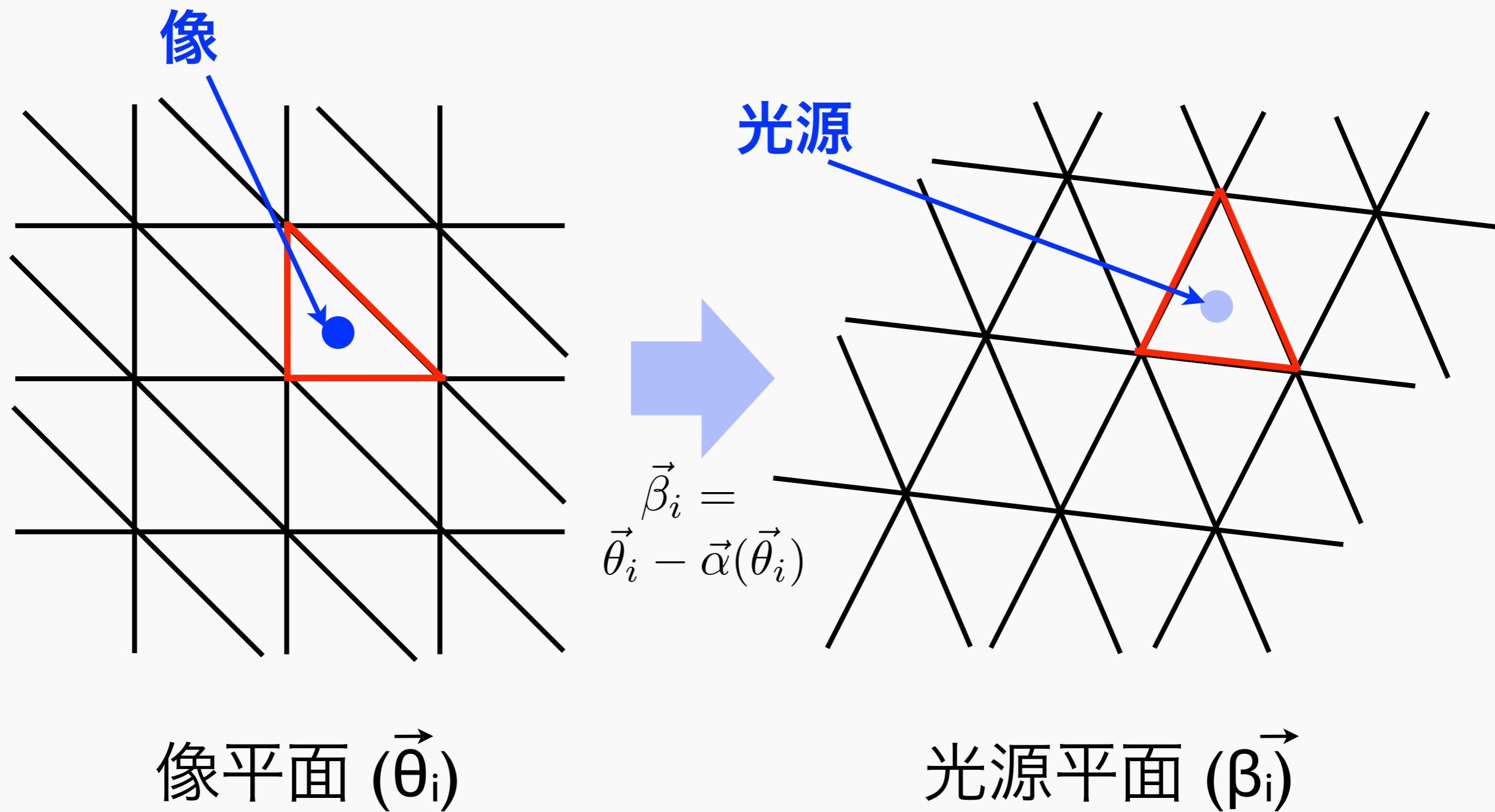
像平面 ($\vec{\theta}_i$)



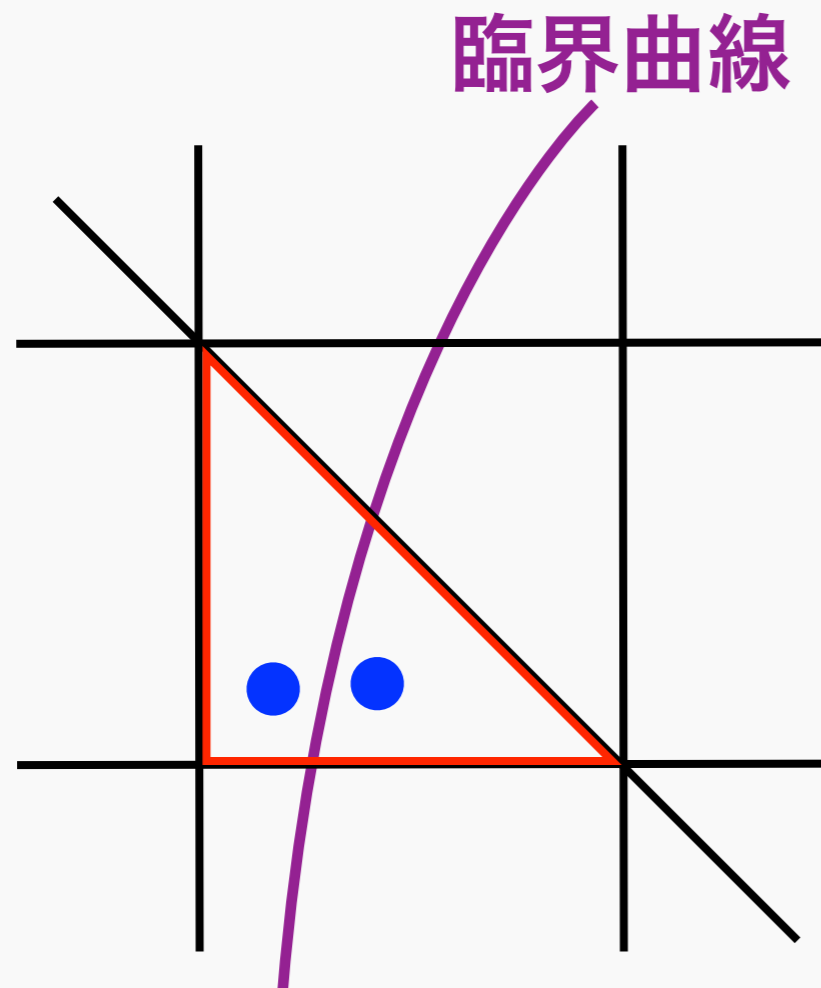
$$\vec{\beta}_i = \vec{\theta}_i - \vec{\alpha}(\vec{\theta}_i)$$

光源平面 ($\vec{\beta}_i$)

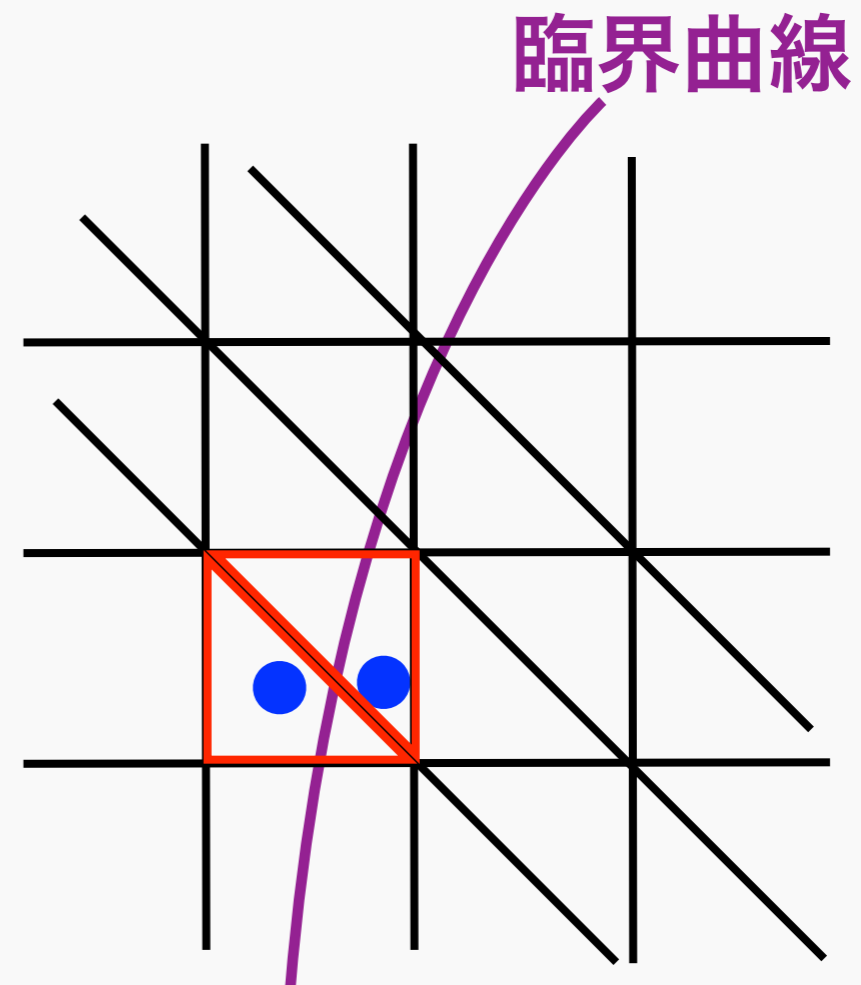
数値的な解の探索



数値的な解の探索



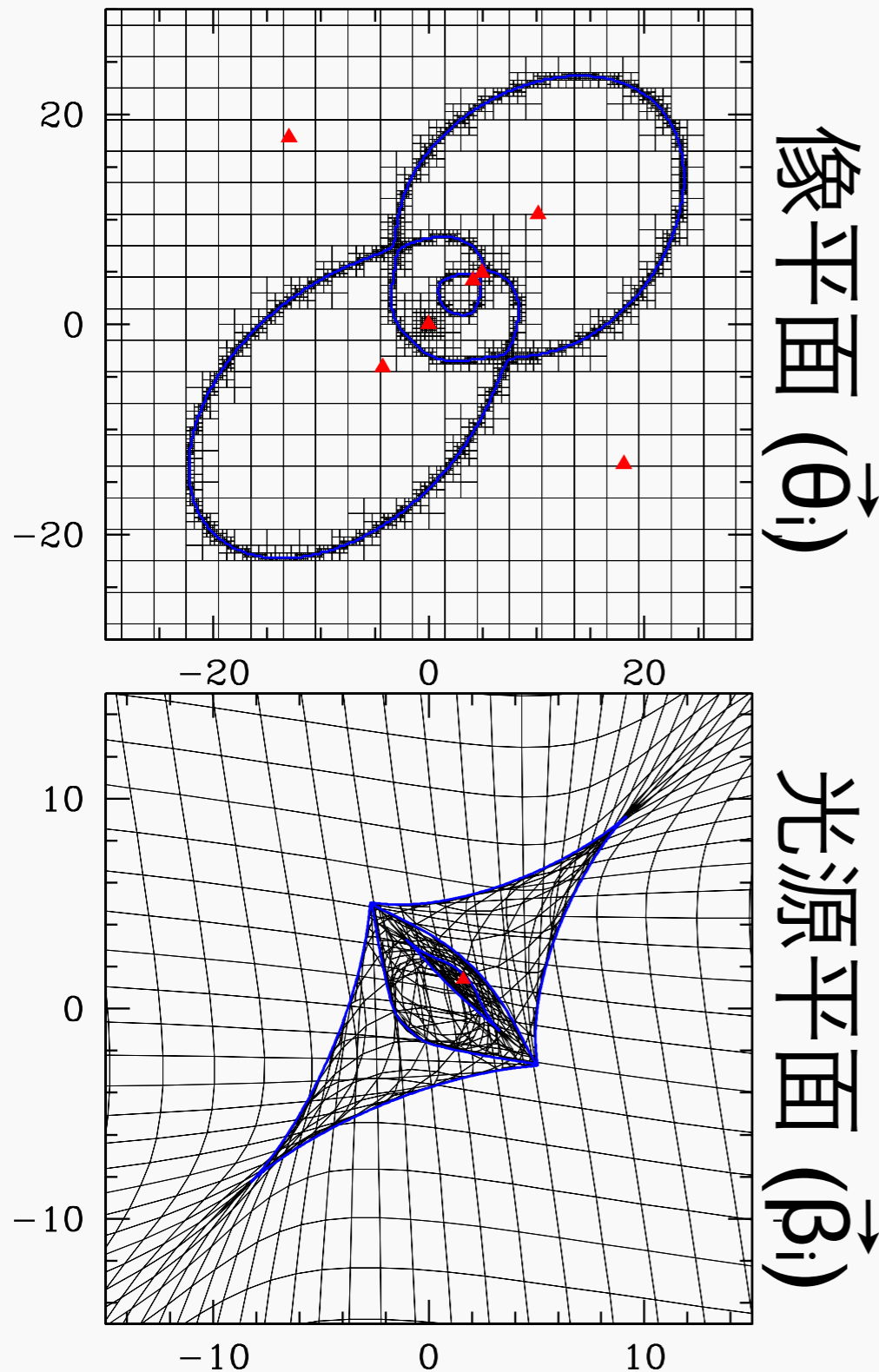
グリッドを
細かく



像平面 ($\vec{\theta}_i$)
複数像を分解
できていない

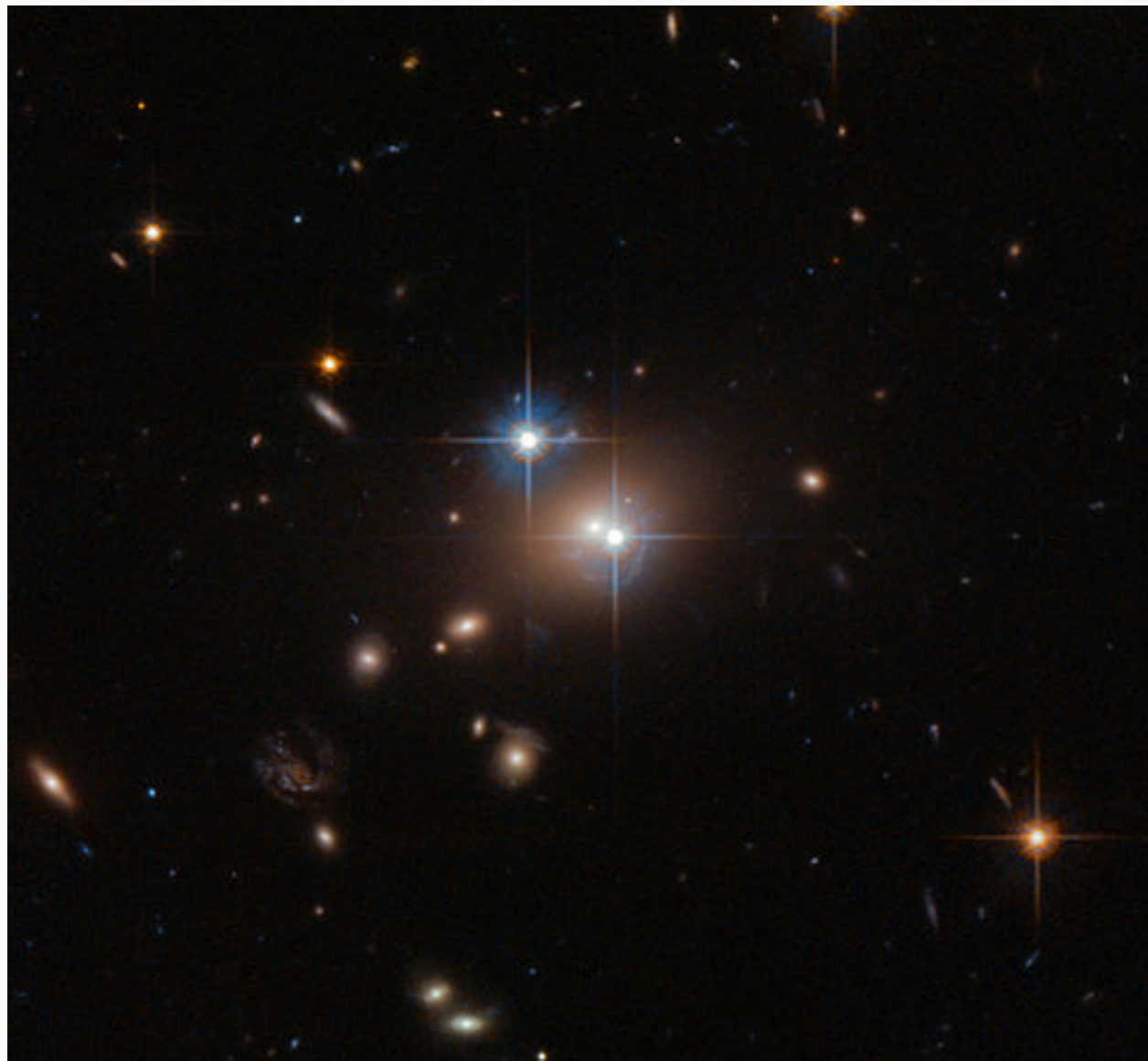
像平面 ($\vec{\theta}_i$)
複数像を分解
できている

レンズ方程式の数値的求解



- 高いグリッド分解能は臨界曲線近傍でのみ必要となる
- **適合格子 (adaptive grid)** を使うことで効率的に重力レンズ方程式解ける
- 左の例では7つの複数像をうまく分離して求めることができる

強い重力レンズ解析



- **観測量** : 複数像の位置、フラックス比
複数像形状 (銀河)、時間の遅れ (クエーサー、超新星etc)

強い重力レンズ解析

- 複数像の位置

光源の位置 β が共通 \rightarrow $\theta_j - \alpha(\theta_j) = \theta_k - \alpha(\theta_k)$

質量分布への制限

- 実際にはカイ2乗を最小化しパラメータ決定

光源の数 N_i 各光源*i*の複数像の数 N_{ij}

$$\chi_{\text{pos}}^2 = \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left| \theta_{ij}^{\text{obs}} - \theta_{ij}(\beta_i; \mathbf{p}_{\text{model}}) \right|^2}{\sigma_{ij}^2}$$

位置の誤差 σ_{ij}^2

光源平面でのカイ2乗の評価

- カイ2乗の評価で重カレンズ方程式を解く必要

重カレンズ方程式→各光源*i*の複数像の位置

$$\chi_{\text{pos}}^2 = \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left| \theta_{ij}^{\text{obs}} - \theta_{ij}(\beta_i; \mathbf{p}_{\text{model}}) \right|^2}{\sigma_{ij}^2}$$

- 近似的に評価し重カレンズ方程式求解を回避

$$\chi_{\text{pos}}^2 \simeq \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left| \left[A(\theta_{ij}^{\text{obs}}; \mathbf{p}_{\text{model}}) \right]^{-1} \left[\beta_{ij}^{\text{obs}}(\mathbf{p}_{\text{model}}) - \beta_i \right] \right|^2}{\sigma_{ij}^2}$$

高速な評価が可能

フラックス比および時間の遅れ

- フラックス比

$$\chi_{\text{flux}}^2 = \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left[f_{ij}^{\text{obs}} - \left| \mu_{ij}(\boldsymbol{\beta}_i; \mathbf{p}_{\text{model}}) \right| f_{\text{src},i} \right]^2}{\sigma_{f,ij}^2}$$

- 時間の遅れ

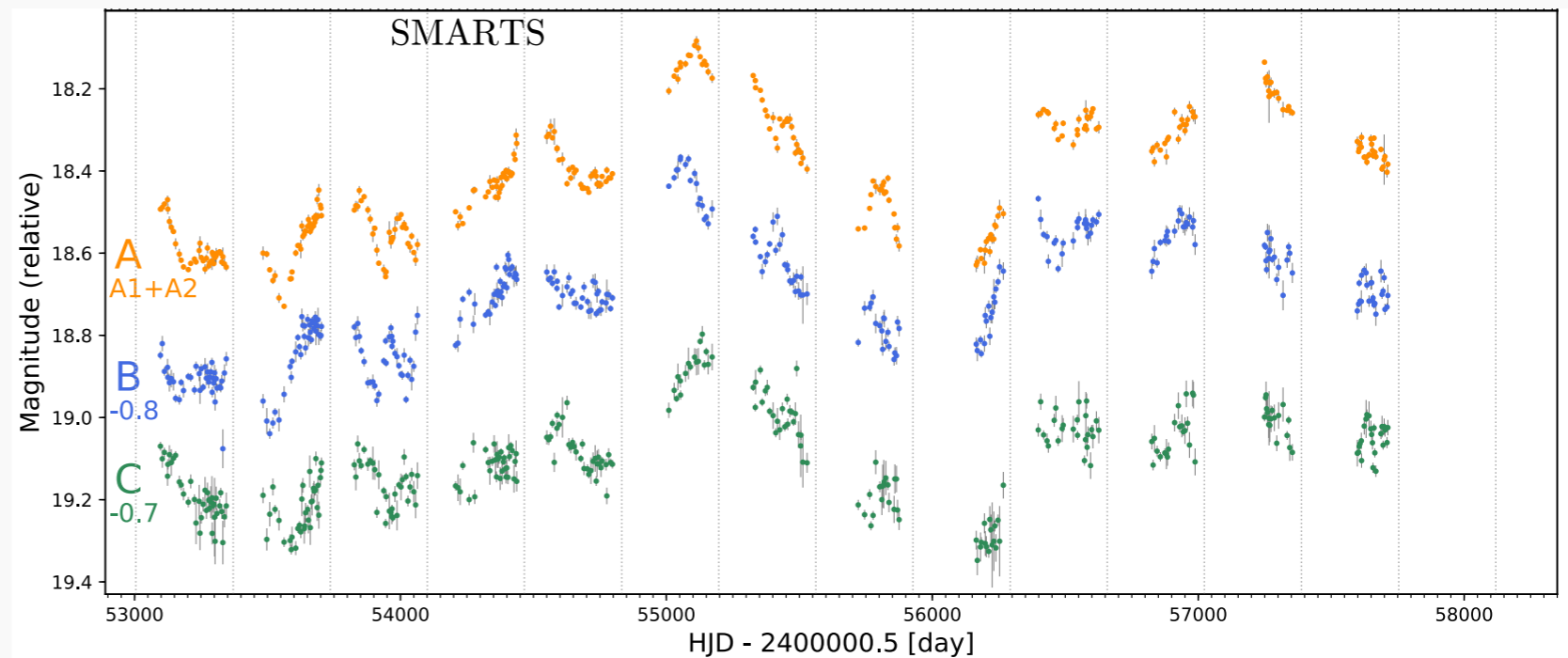
$$\chi_{\text{td}}^2 = \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_{ij}} \frac{\left[\Delta t_{ij}^{\text{obs}} - \Delta t_{ij}(\boldsymbol{\beta}_i; \mathbf{p}_{\text{model}}) - \Delta t_i \right]^2}{\sigma_{\Delta t,ij}^2}$$

例: クエーサー重力レンズ

- 四重像クエーサー重力レンズ WFI2033-4723
 $z_s=1.662$, $z_l=0.661$, 最大分離角2.53秒角



Suyu+2017



Bonvin+2019

13年 (!) のモニタ観測に基づく
時間の遅れの測定 (最大~60日)

質量モデリング

- WFI2033-4723の質量モデリング

観測的制限: 像+レンズ銀河の位置、
フラックス比、時間の遅れ

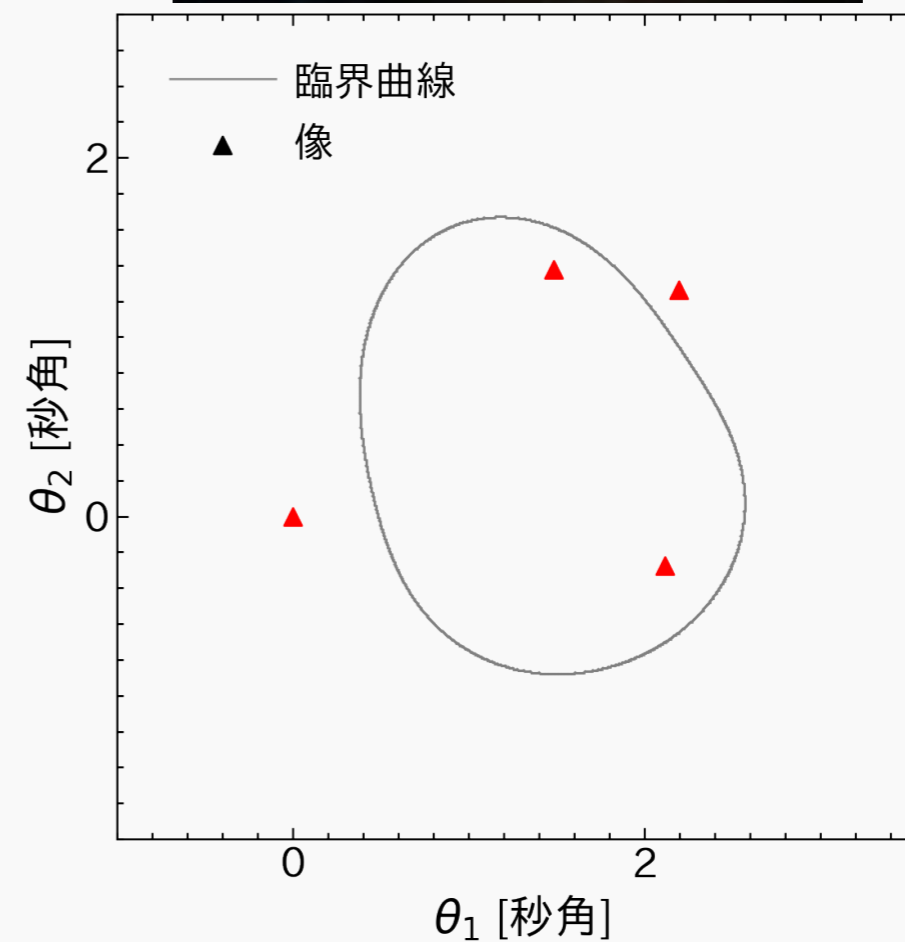
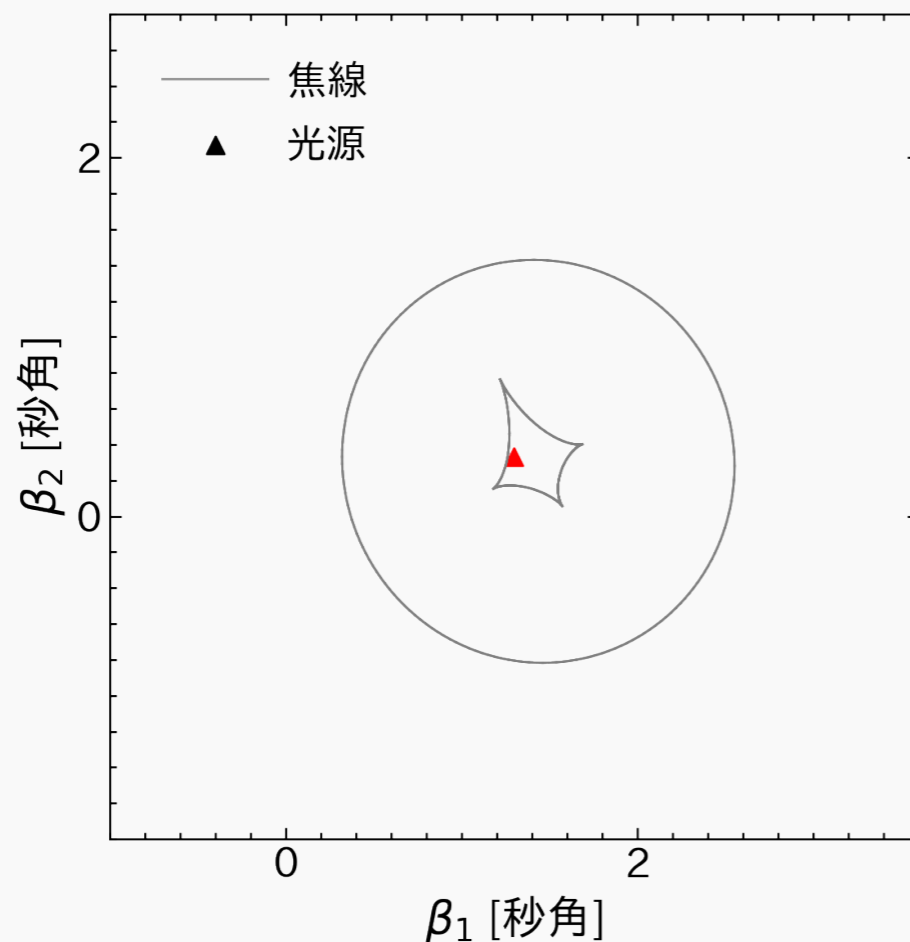
$N_{\text{const}}=15$

仮定するモデル: 特異等温楕円体+外部歪み場
+高次の摂動(+光源の位置, H_0)

$N_{\text{param}}=12$

質量モデリングの結果

- 観測された複数像の位置 etc. を再現
- $\chi^2=4.3$ (自由度3)

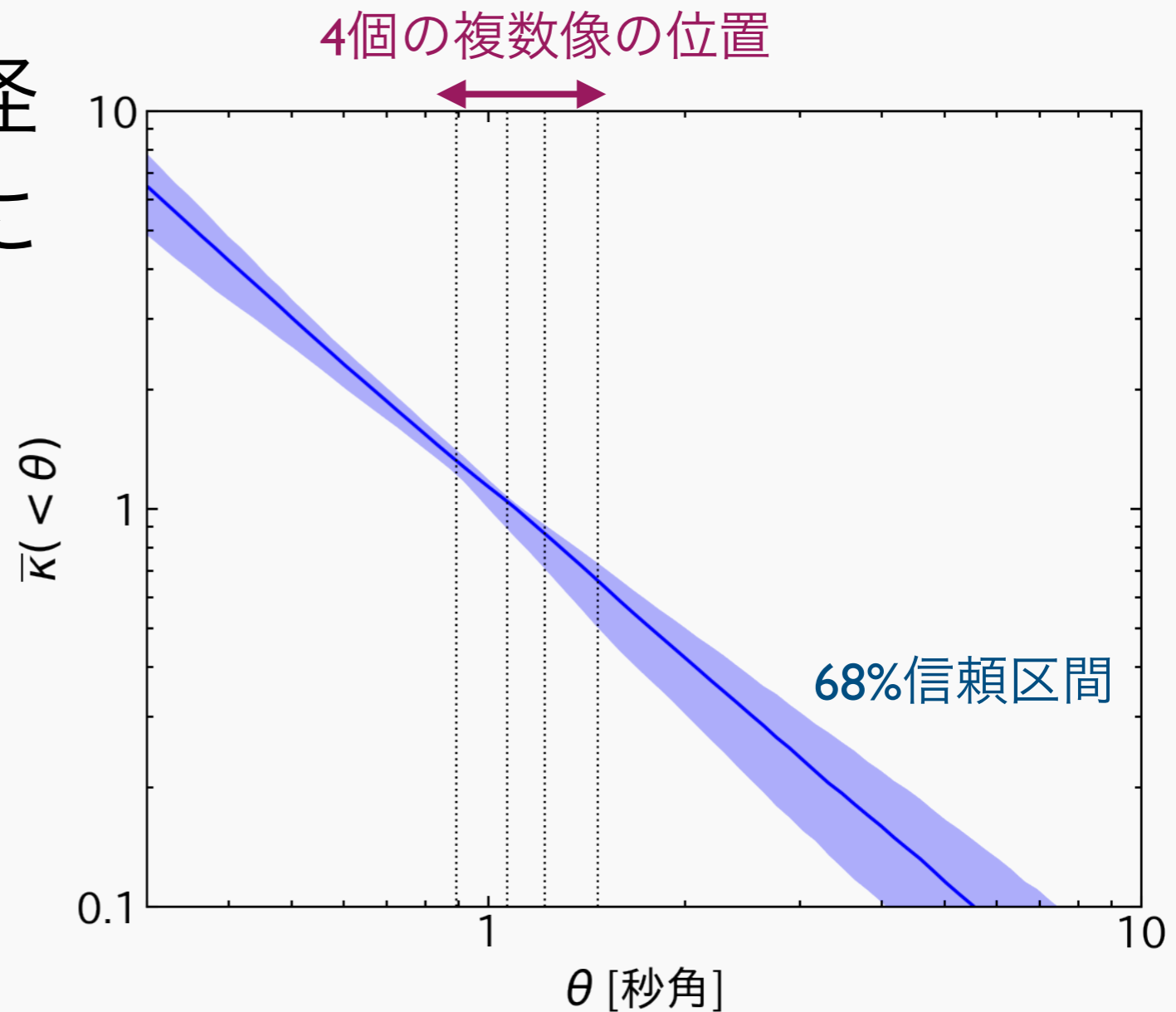


冪分布楕円体への拡張

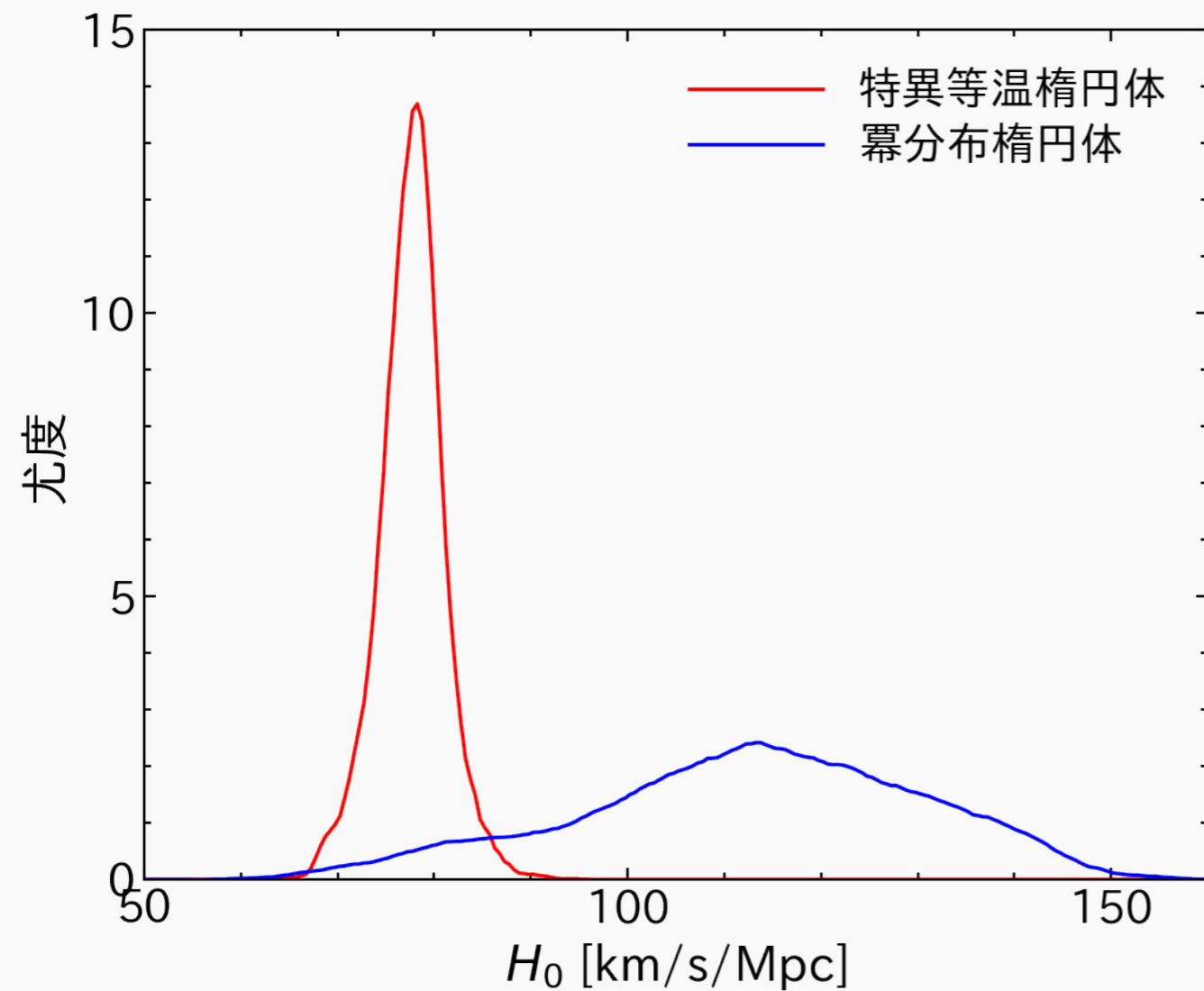
- 冪への制限は弱い $\rho(r) \propto r^{-\eta}$
- アインシュタイン半径内の質量は、モデルによらず決まる

$$\bar{\kappa}(< \theta_{\text{Ein}}) = 1$$

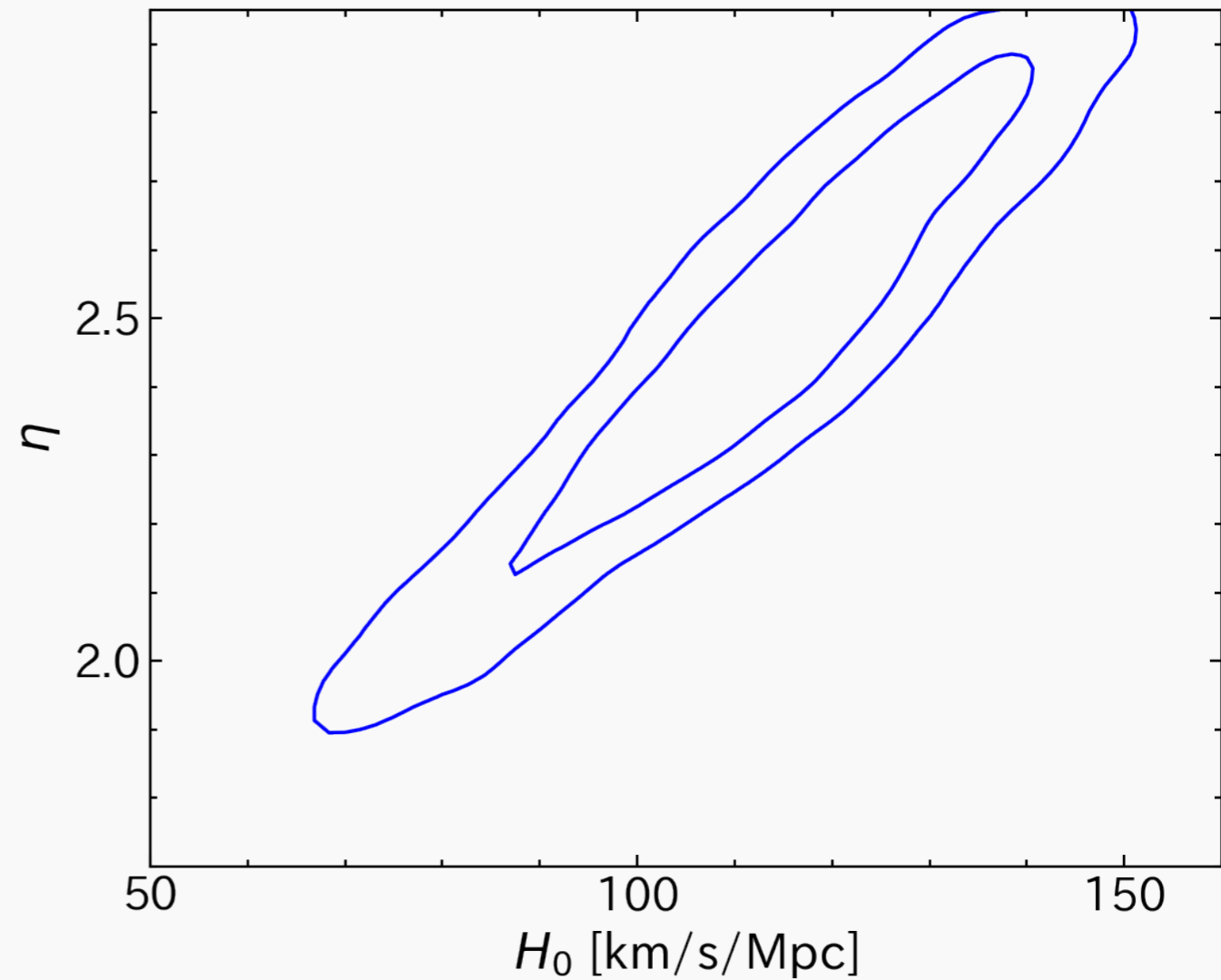
$$\theta_{\text{max}} \simeq 2\theta_{\text{Ein}}$$



ハッブル定数の制限



- 冪分布では制限が弱い



- 冪と H_0 の縮退
(\approx 質量薄板縮退)

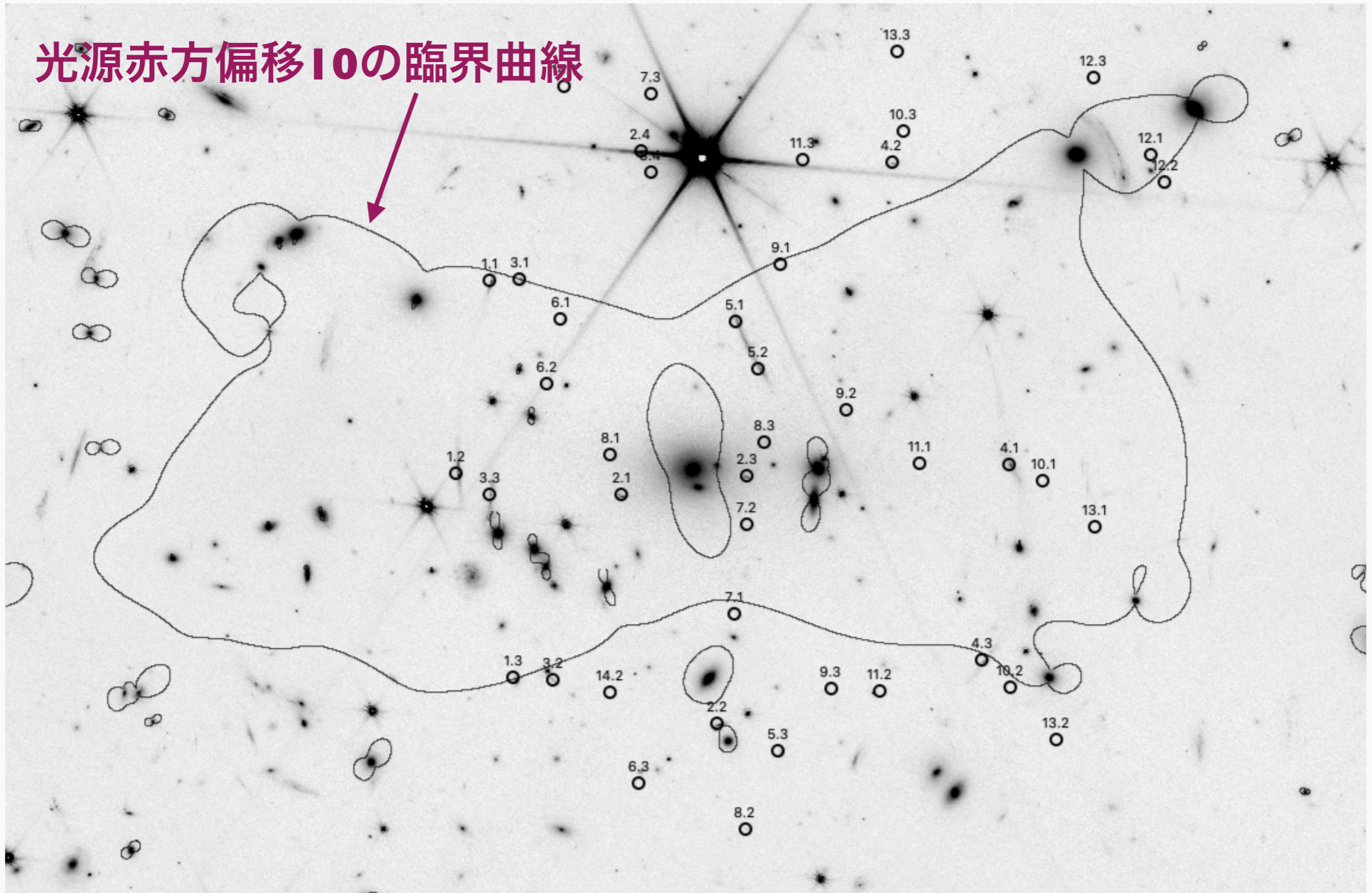
例: 銀河団重力レンズ



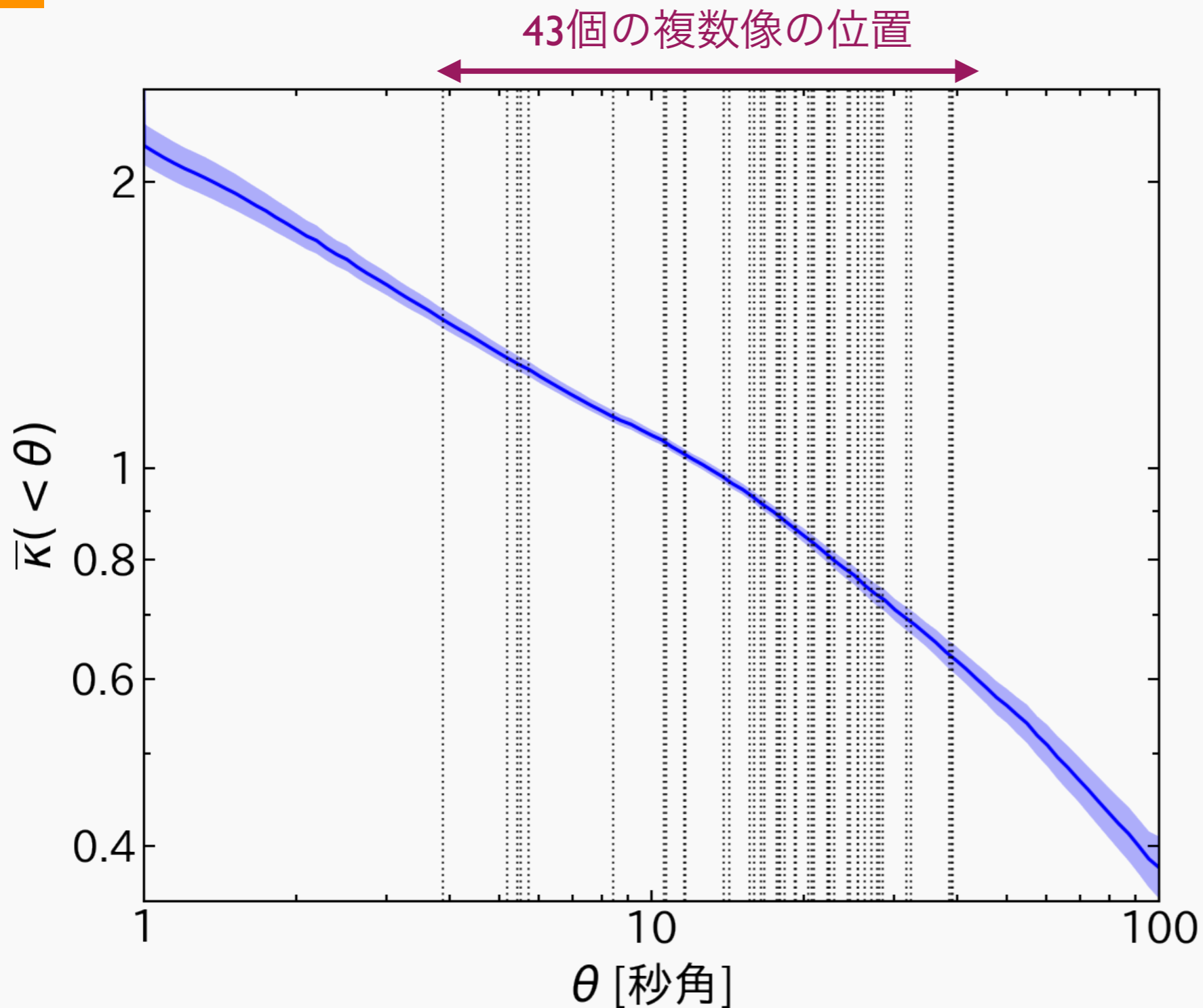
JWSTの
最初の
観測対象
の一つ

14個の
背景銀河
から、
43個の
複数像

最適化された質量モデル



平均収束場



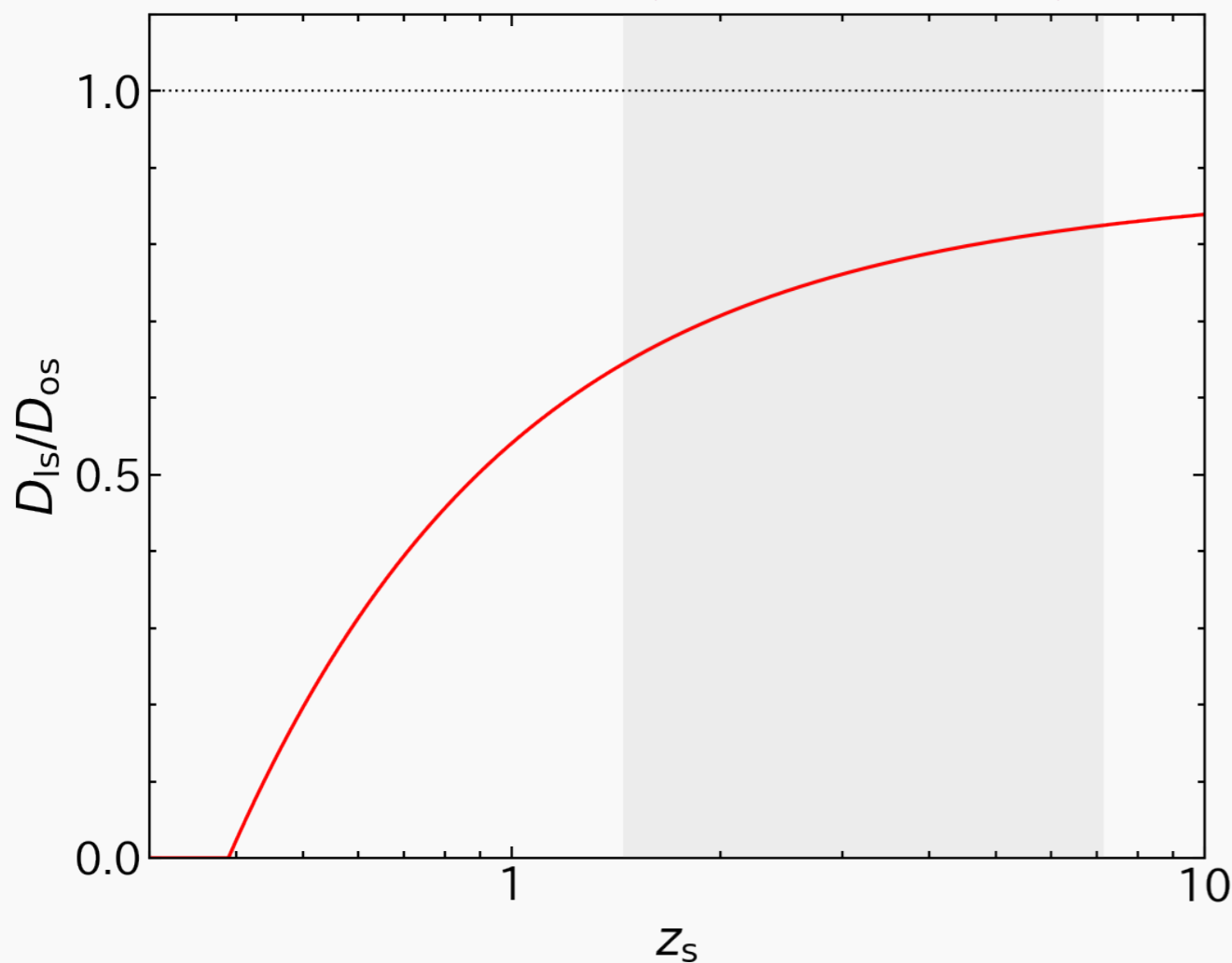
幅広い半径にわたって複数像が存在



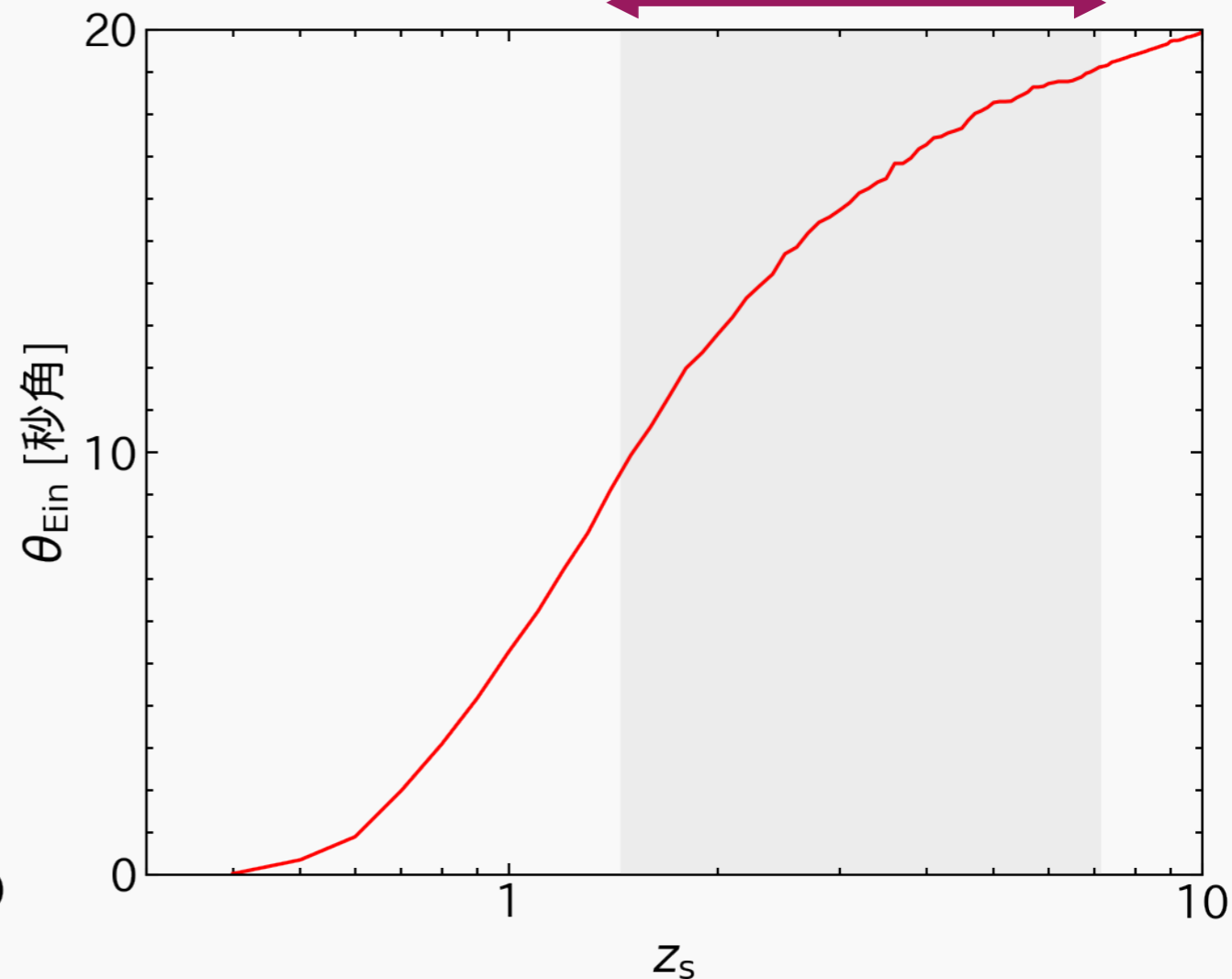
密度分布を、冪まで含めてよく制限できる

光源赤方偏移依存性

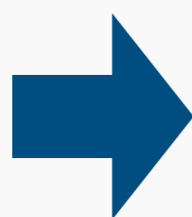
14個の光源の赤方偏移の範囲



14個の光源の赤方偏移の範囲



$$\Sigma_{cr}^{-1} \propto \frac{D_{ls}}{D_{os}}$$

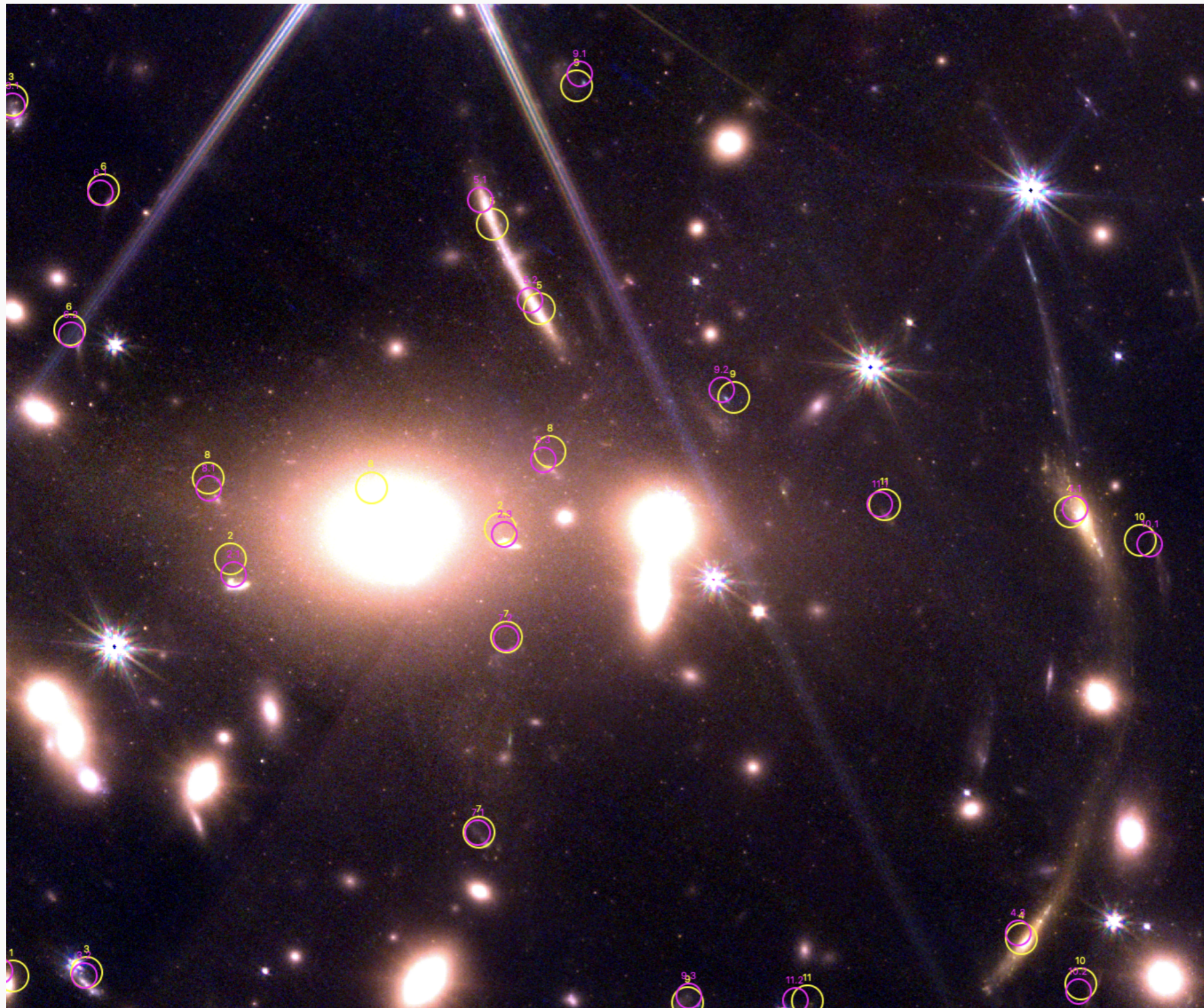


θ_{Ein} が光源の
赤方偏移依存



複数の半径で
 $\bar{\kappa}(< \theta_{Ein}) = 1$
の制限

銀河団強重力レンズ解析の問題点



観測された
像の位置

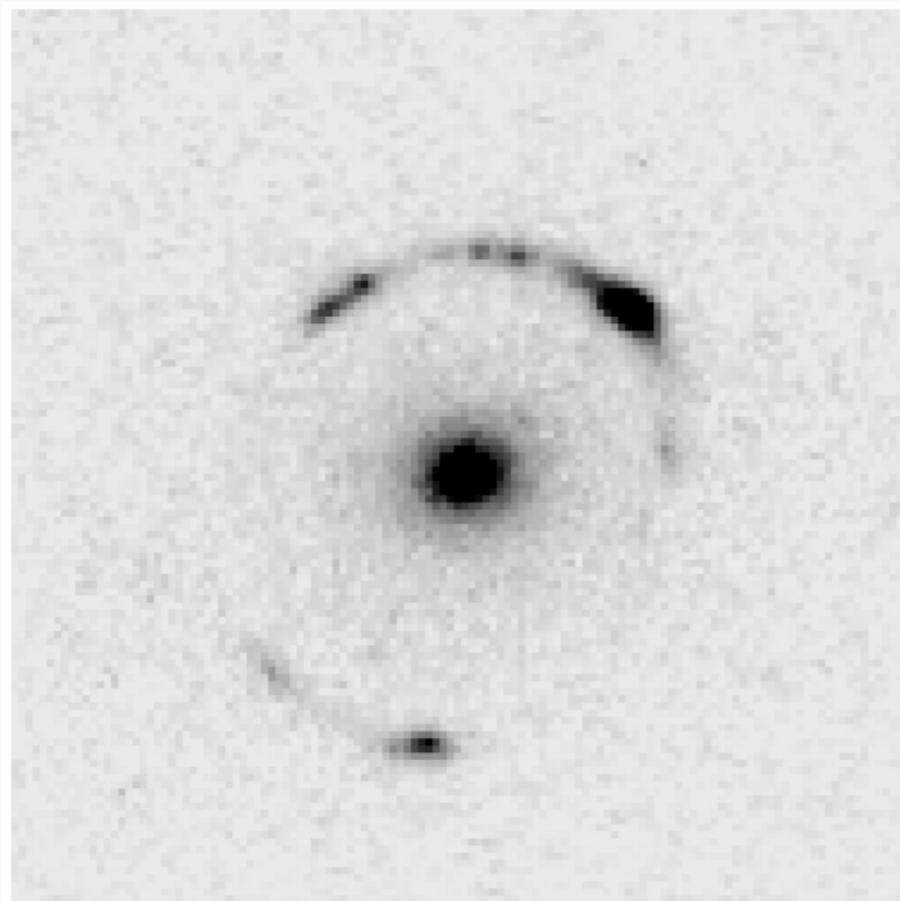
質量モデルで
予言された
位置

有意な
(大きな)
位置のずれ

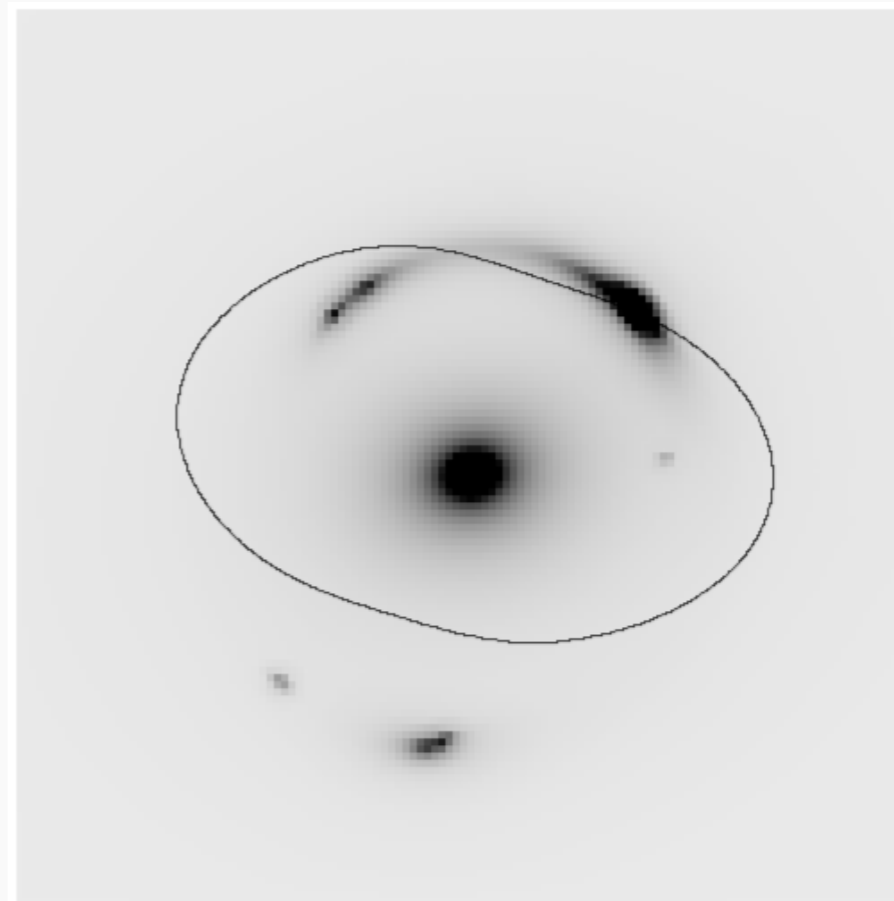
実際の構造
の複雑さに
起因

例: 広がった光源

SDSSJ002927.38+254401.7 (Shu+2016)



質量モデリングの結果



- 全てのピクセルをフィット

$$\chi_{\text{ext}}^2 = \sum_{i_x=1}^{N_x} \sum_{i_y=1}^{N_y} \frac{\left[f^{\text{obs}}(i_x, i_y) - f(i_x, i_y; \mathbf{p}_{\text{source}}, \mathbf{p}_{\text{model}}) \right]^2}{\sigma^2(i_x, i_y)}$$

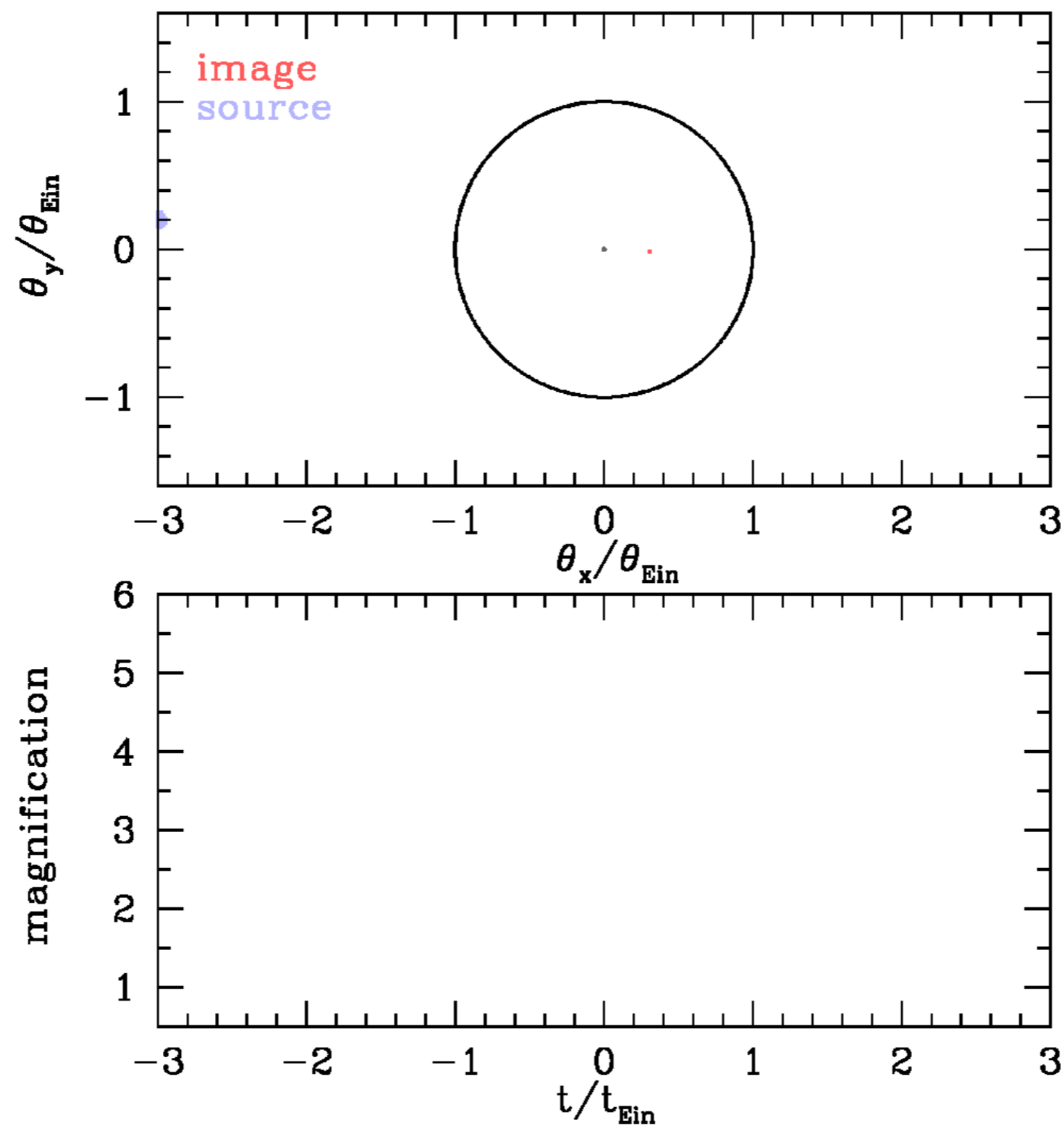
課題: **計算コスト**

光源の複雑さ

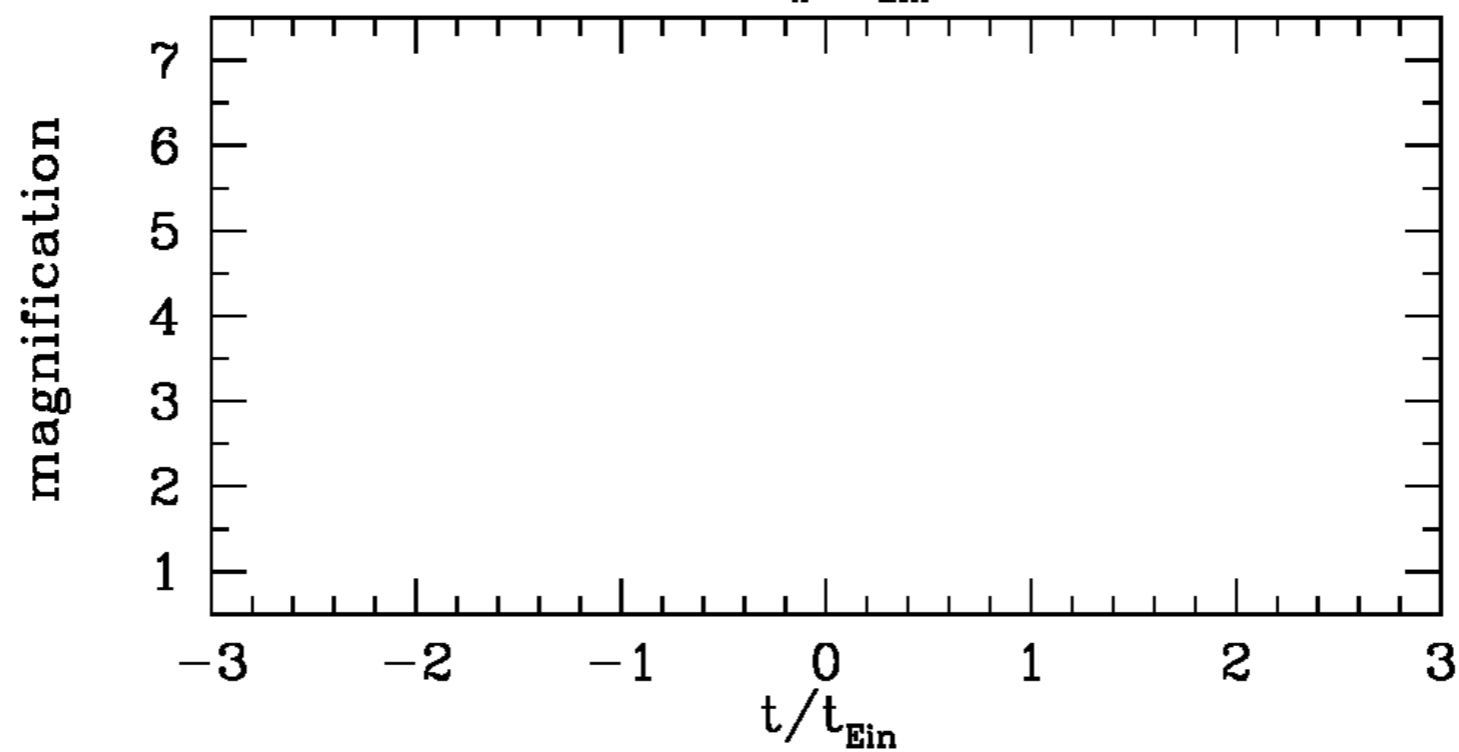
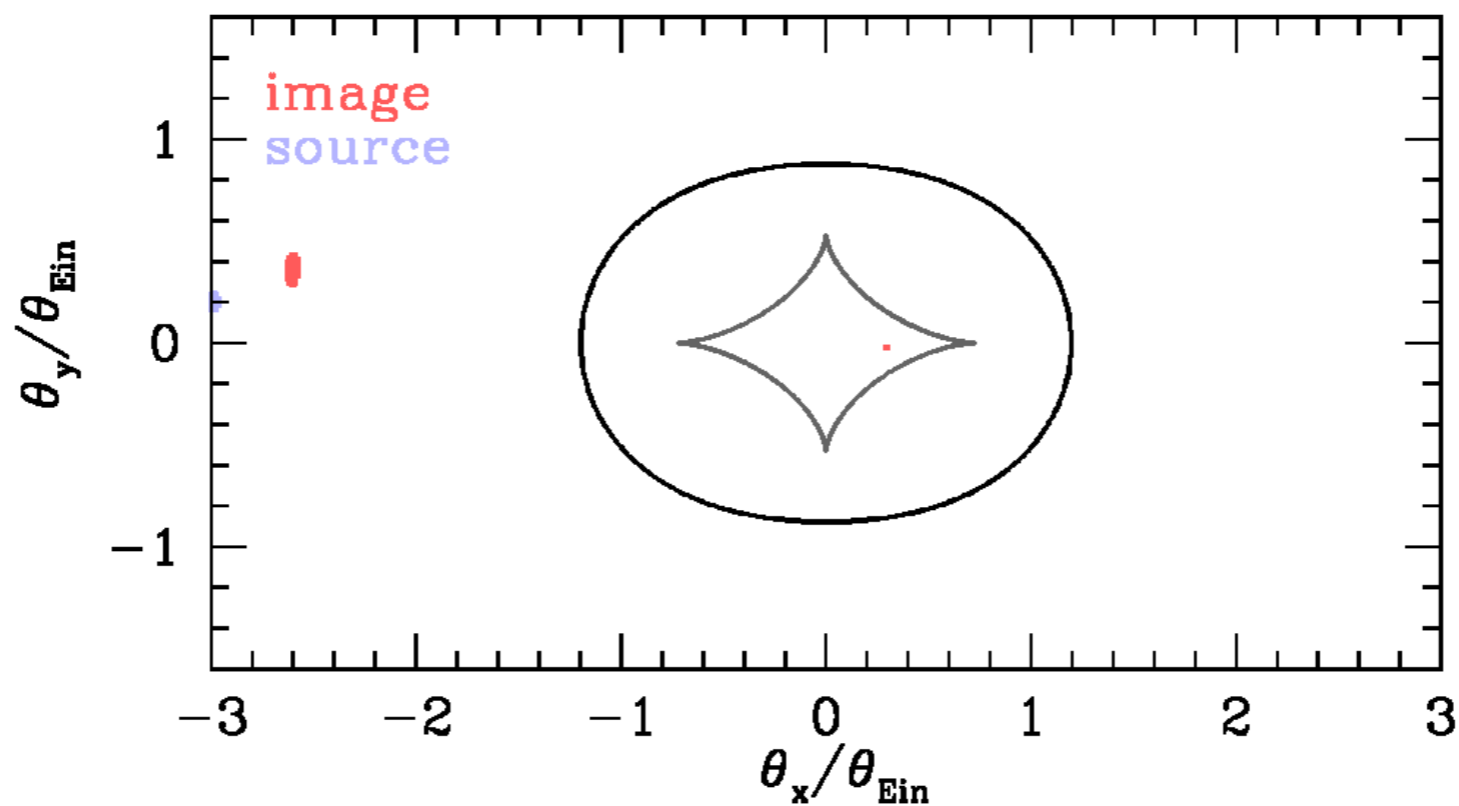
質量分布の複雑さ

...

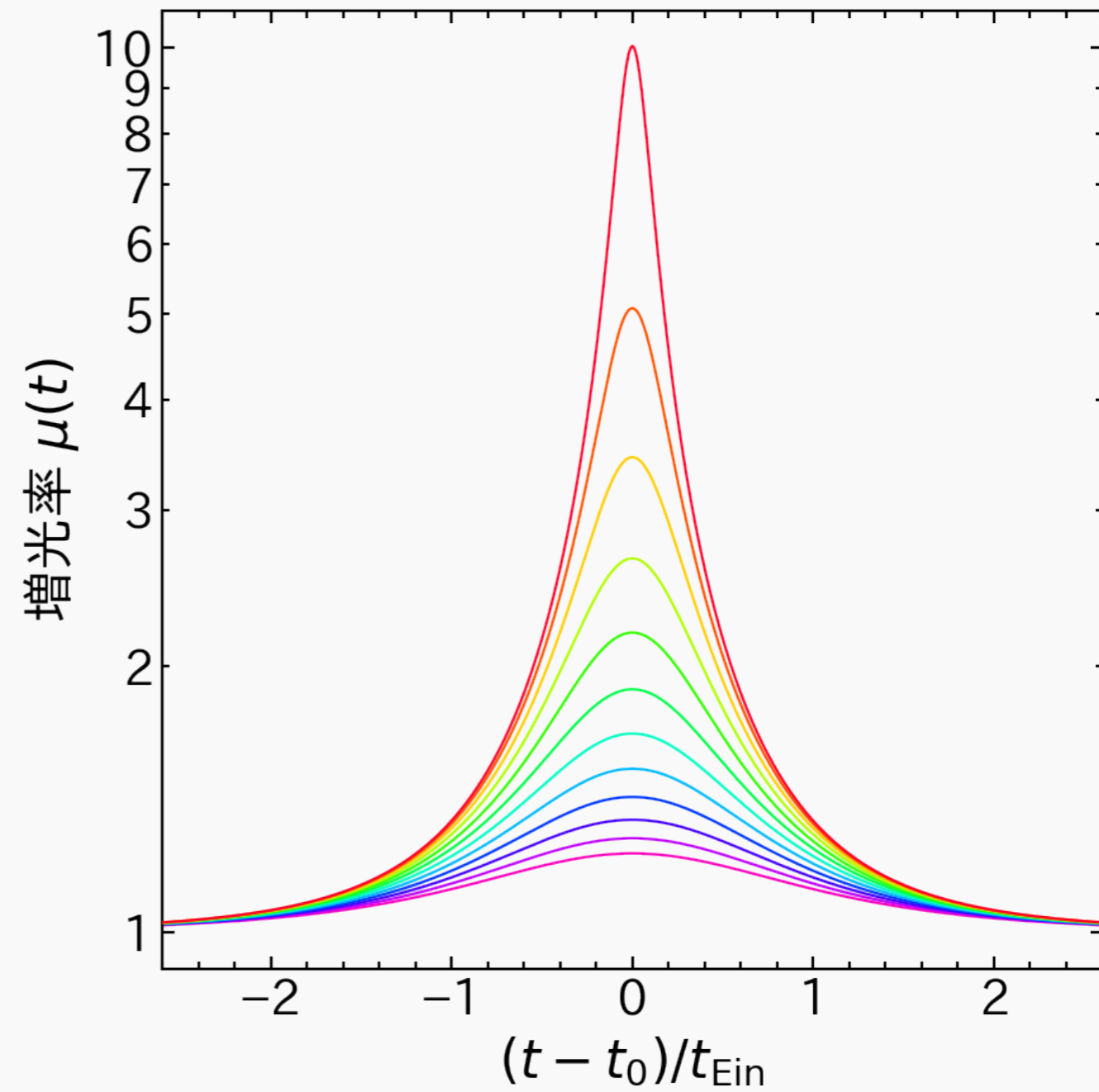
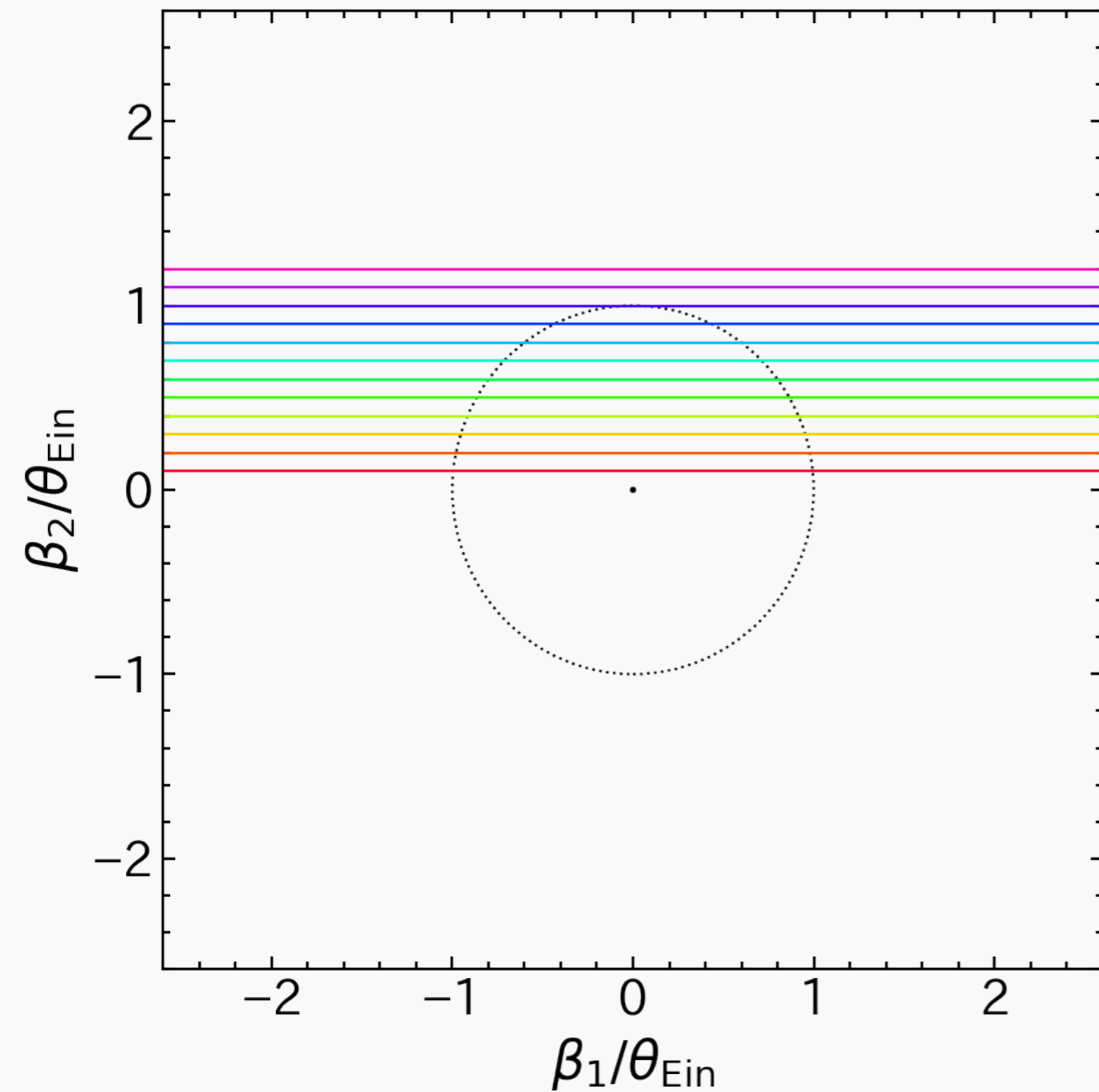
重力マイクロレンズ (点質量レンズ)



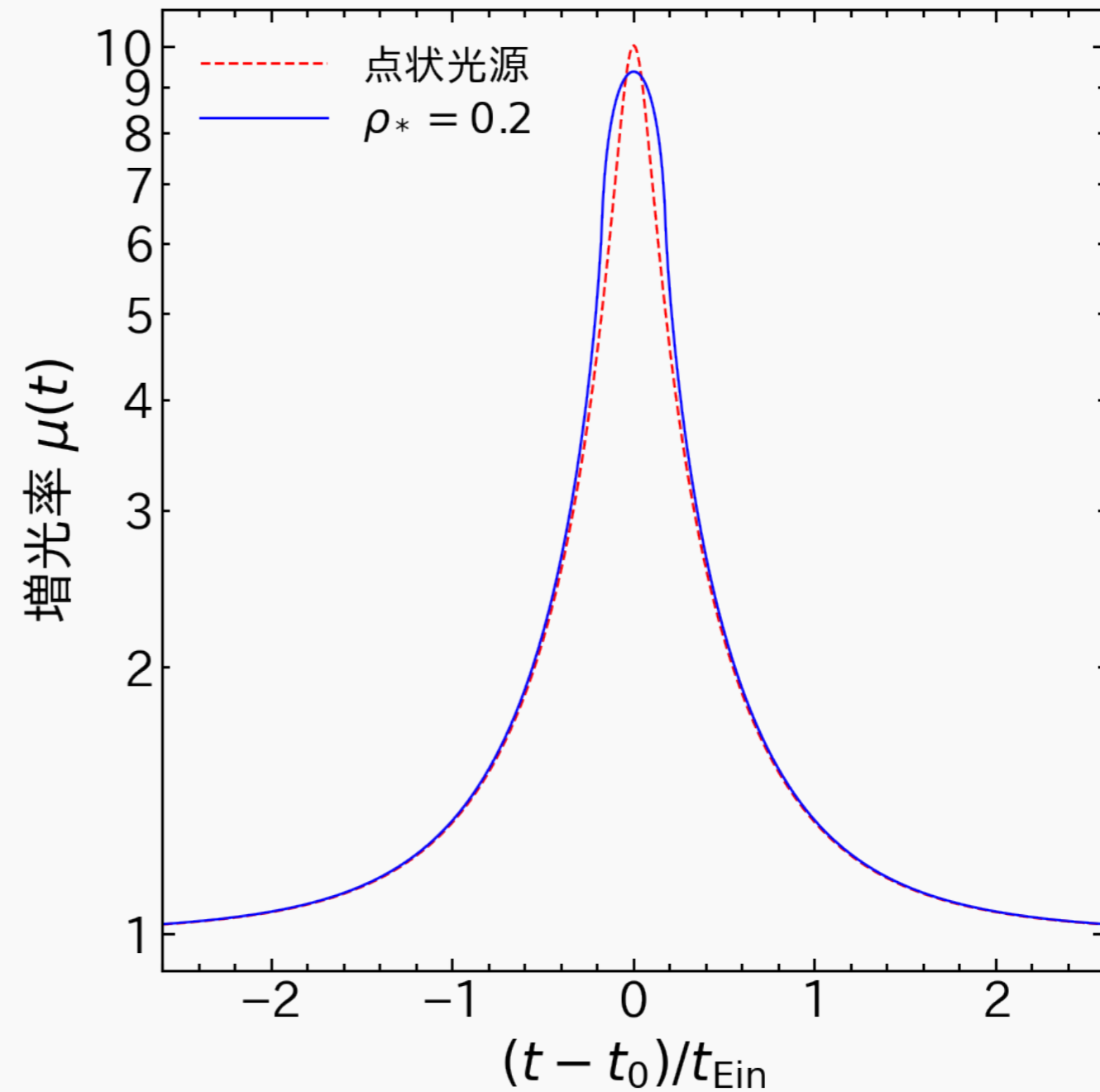
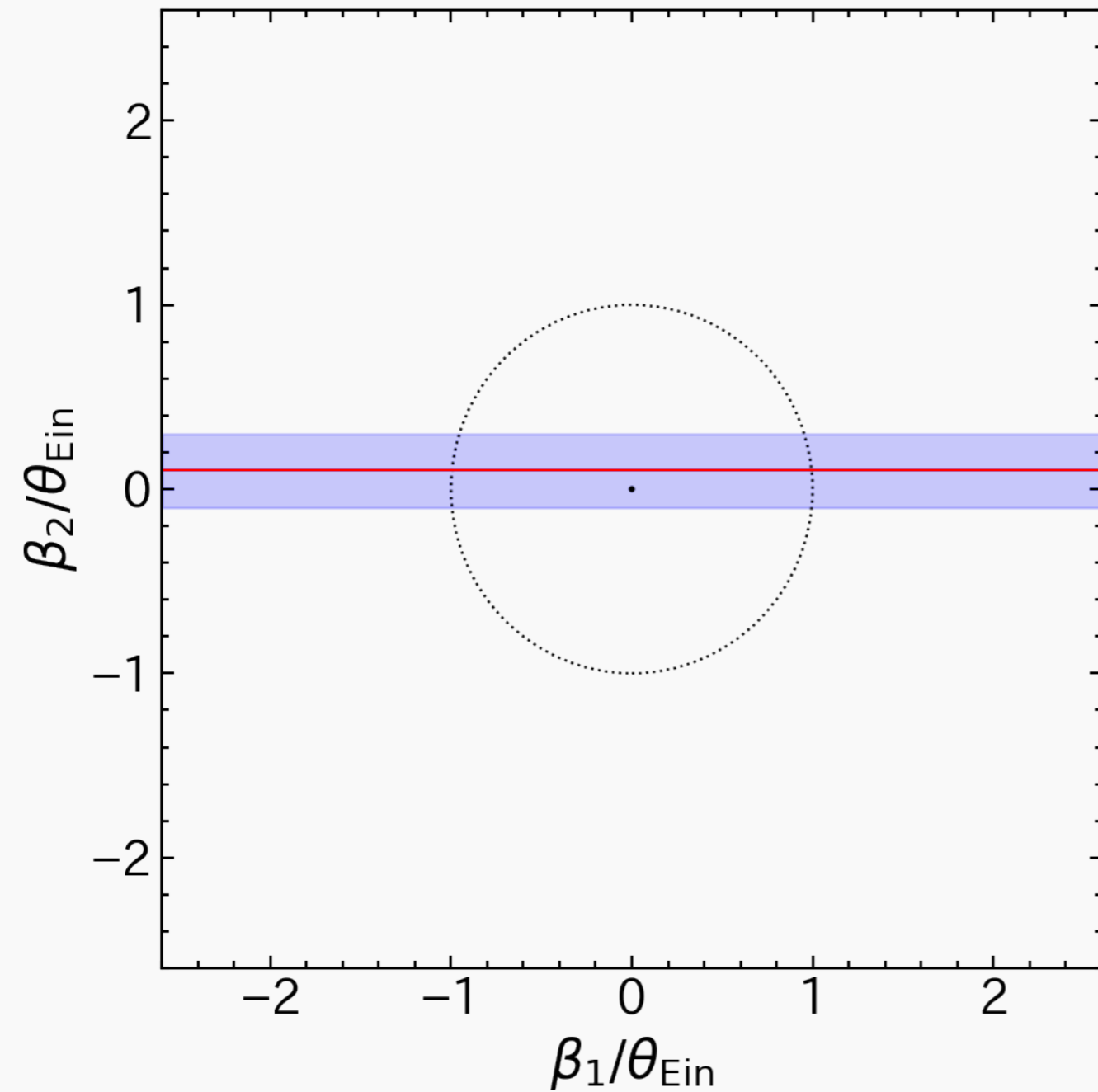
重力マイクロレンズ (焦線通過)



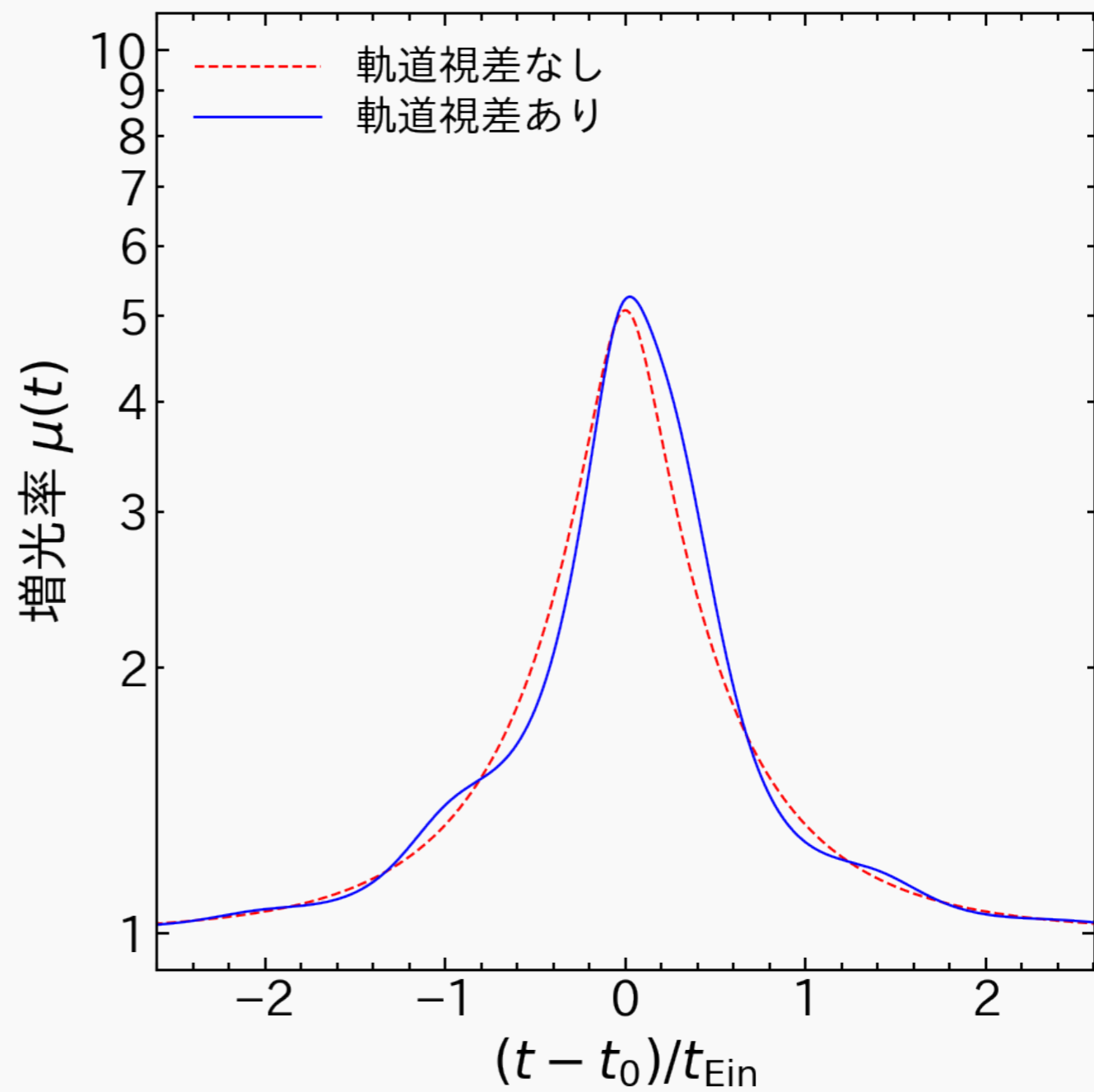
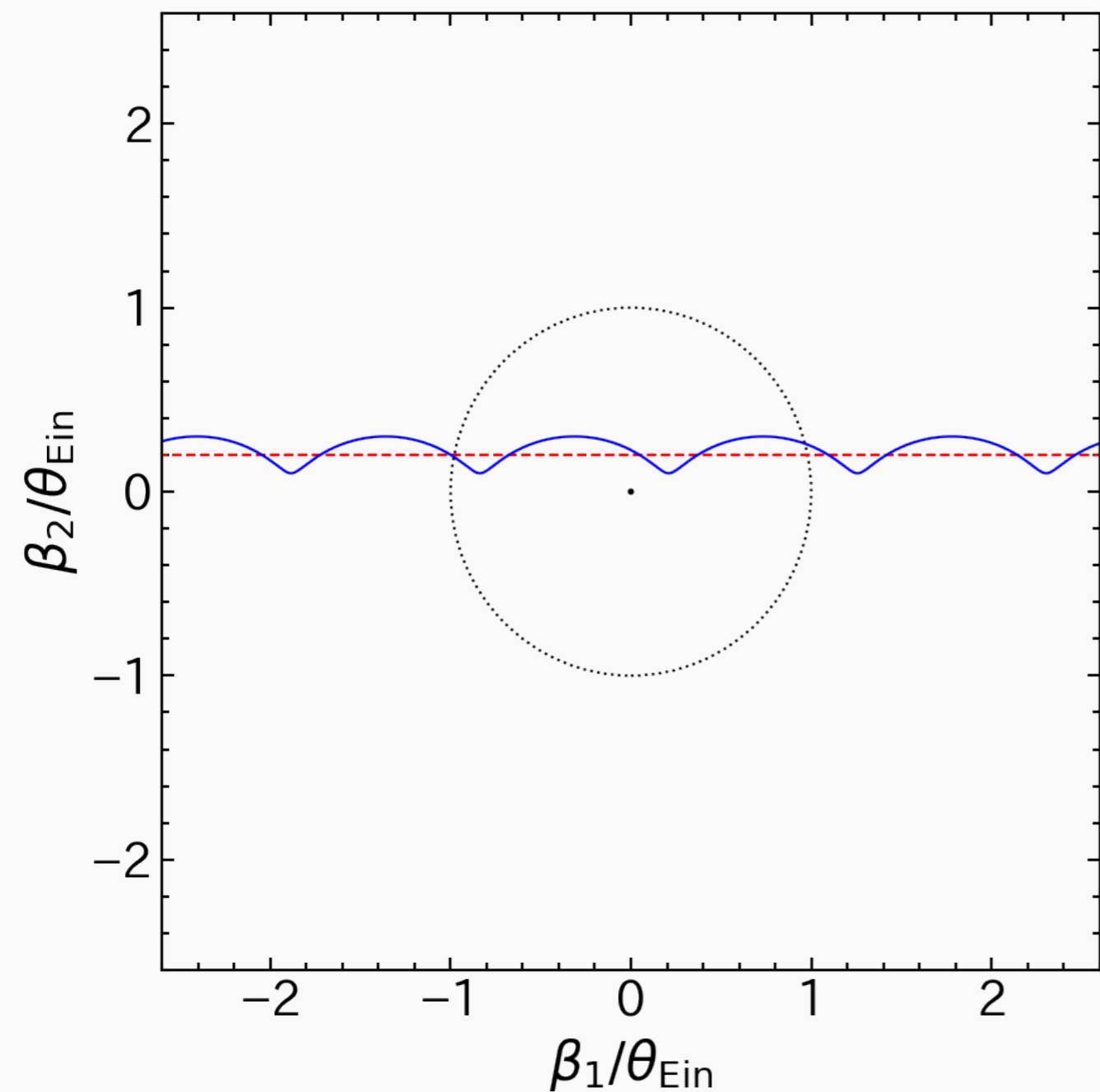
点質量レンズの増光曲線



光源の大きさの影響



重力マイクロレンズ視差 (軌道視差)



重力マイクロレンズ視差 (3角視差)

